KEK物理学シリーズ

1

素粒子物理学

高エネルギー加速器研究機構［監修］

［著］
堺井義秀
山田憲和
野尻美保子

共立出版

KEK物理学シリーズ創刊の辞

物質はその構成粒子の数によって，特徴ある現象を発現する．素粒子は文字通り単体物質で，素粒子の固有の性質と力を介する相互作用によって物質の究極像と力の根源を明らかにしてくれる．素粒子の複合系である核子（中性子と陽子）を構成要素とする原子核は有限多体系物質であり，集団運動や粒子相関などの多体系特有の物質形態を誘起する．金属中の電子集団のように，原子や分子の混合気体，液体，固体は無限多体系物質と呼ばれ，相転移に代表される想像を超える新たな物質形態を発現する．近年，新物質の創出などの研究が盛んに行われている．究極の多体系物質は宇宙であろう．そして，この宇宙の誕生・進化を決めているのが，素粒子，原子核，原子，分子である．究極の多体系が基本粒子によって支配されていることは驚きである．

このような物質の多様な形態を調べる手段として高エネルギー加速器がある．加速器が作り出す，電子，陽電子，光子，ニュートリノ，ミュー粒子，K中間子，中性子，陽子などの粒子ビームは，単体，有限多体系，無限多体系を様々な角度から探索する実験手段を提供する．高エネルギー加速器研究機構(KEK)には，電子・陽電子衝突加速器，放射光加速器，大強度陽子加速器（J-PARC：日本原子力研究機構との共同プロジェクト）が稼働しており，上記すべての粒子ビームを生成できる世界でも類のない物質研究拠点となっている．

KEK物理学シリーズは，各物質形態の基本概念から解き起こし，最先端の研究成果を紹介し，かつ今後の研究の展開を提示することを企図した野心的な教科書を目指すものである．

大学共同利用機関法人
高エネルギー加速器研究機構長
鈴木厚人

まえがき

素粒子物理学は，物理学のなかでも比較的新しい分野であり，20世紀とともに始まったといえよう．これまでに，観測技術や粒子加速器の飛躍的な発展により様々な現象や粒子が実験的に観測されてきた．そして，それらの現象は実験技術とともに発展してきた場の量子論により理論的に理解されてきた．物質を構成する究極の「素粒子」の追及は素粒子の描像を明らかにしつつ，「標準模型」と呼ばれる理論へとわれわれを導いた．しかしながら，未だ実験的に確認されていない粒子や「標準模型」がすべてを説明する究極の理論ではないことを示す根拠が発見されている．また，素粒子物理学は極小の世界のみならず，宇宙の成立ちにも深くかかわっていることが分かってきた．素粒子物理学は今後ともさらに展開する分野であることは論を俟たない．

本書では，このような素粒子物理学がどのように成り立ち，現在の描像に至ったのか，現在の素粒子の「標準模型」がどのようなものか，およびこれから将来に向けての展望などを平明に解説することを目指している．

本書の構成は以下のようになっている．第1章では，素粒子物理学の始まりから，どのような過程を経て現在の「素粒子像」に発展していったのかを概観し，素粒子物理学の大雑把な描像を知ってもらう．素粒子の発見を中心に追って素粒子像形成の流れを理解してもらうように努めた．理論の定式化は第3章以後に述べるので，できるだけ数式などは使わずに概念を理解してもらえるよう努めた．

第2章では，前章での素粒子の発見に重要な役割を果たした，素粒子実験装置について概説する．現在の素粒子実験では，大型粒子加速器が決定的な役割を果たしているが，初期の加速器から加速器の原理と発展を理解してもらうよう努めた．素粒子検出器は，多岐にわたっており，素粒子検出の原理と種類を大雑把に理解してもらうことを目的とした．さらに詳細に興味のある読者は，

専門書を読むことを勧める．

第3章では，標準模型の理論的側面を理解するための準備として，素粒子を記述する理論的枠組みである相対論的場の量子論の概要を解説する．第4章では，標準模型がもつ性質のうち基本的かつ重要と思われる項目をいくつか選択し解説する．特に，様々な素粒子やその相互作用から標準模型がどのように構成されるかに焦点を当てる．第3章および第4章では，式や概念の詳しい証明は省き，直感的な理解を与えるよう努めた．場の理論や素粒子現象論の詳しい解説は，より専門的な教科書を参照されたい．

第5章では，すでにいくつか見え隠れしている標準模型では説明できない謎や問題点があることを紹介し，それらを解決するために提唱されている標準模型を超える理論について解説する．この章の内容は理論的にも実験的にも現在進行中の分野であり，非常に多くの理論が提唱されている．これらすべてを網羅することは不可能なので，新しい展開を理解するうえで有用な基本的な理論に絞って枠組みを解説することとした．

第1，2章は堺井が担当し実験的視点から，第3，4章は山田，第5章は野尻が担当し理論的視点から書かれている．それぞれの章で体裁がやや異なるが，筆者の個性を生かしながらも全体として一貫性を持ち纏まりがあるように心がけた．

本書の企画にあたっては，高エネルギー加速器研究機構の木村嘉孝氏および髙崎史彦氏に非常にお世話になった．原稿の段階で精読していただき貴重な意見をいただいた川村浩之氏に感謝する．また第3，4章の執筆において阪村豊氏には多くの相談にのっていただき，貴重なコメントをくださったことに感謝する．また，共立出版株式会社の吉村修司氏には執筆の大幅な遅れにもかかわらず，我慢強く支援をいただいた．ここに，記して感謝する．

2012年5月

堺井 義秀
山田 憲和
野尻美保子

目　　次

第0章　序：本書を読む前に　1

0.1　10 のベキ乗の単位 1
0.2　相対論的運動学 2
0.3　4 元ベクトルを用いた記法 4
0.4　スピンと統計，量子力学 7
0.5　自然単位系 8
0.6　磁場中での荷電粒子の軌跡 9
0.7　群 9

第1章　素粒子物理学の誕生　17

1.1　素粒子物理学の始まり 17
　1.1.1　原子核の発見から陽子・中性子へ 18
　1.1.2　放射線は素粒子か 20
1.2　量子力学と反粒子の発見 21
1.3　中間子発見からクォークモデルへ 22
　1.3.1　奇妙な粒子と新粒子の発見ラッシュ 25
　1.3.2　クォークモデルの誕生 28
　1.3.3　クォークの実在と新クォークの発見 32
1.4　世代の繰り返しとフレーバーの物理 34
　1.4.1　第 2 世代の発見 34
　1.4.2　第 3 世代の発見 36
1.5　力を媒介する粒子の発見 38

1.5.1 電磁相互作用と光子 38

1.5.2 強い相互作用とグルーオン 38

1.5.3 弱い相互作用と $W^{\pm}$，Z^0 41

1.6 対称性と対称性の破れ 43

1.6.1 空間反転対称性の破れ 43

1.6.2 荷電共役対称性の破れ 45

1.6.3 CP 対称性の破れ 46

1.6.4 時間反転の対称性の破れと CPT 対称性 49

第2章　素粒子実験 51

2.1 粒子加速器 51

2.1.1 直流高電圧型加速器（静電加速器） 52

2.1.2 高周波による加速器 54

2.1.3 衝突型加速器 59

2.2 粒子検出器 65

2.2.1 光による検出機器 68

2.2.2 電離相互作用による検出器 72

2.3 粒子測定装置 76

2.3.1 測定機能と検出器 76

2.3.2 実験に応じた測定装置 79

第3章　素粒子物理の理論的枠組み 83

3.1 場の量子論の導入 84

3.2 最小作用の原理 85

3.3 場と粒子 87

3.3.1 1次元調和振動子の復習 87

3.3.2 自由スカラー場 88

3.3.3 自由フェルミオン場 91

3.3.4 自由ベクトル場 97

3.4　対称性と保存則 102
3.4.1　離散的対称性 102
3.4.2　連続的対称性 103
3.4.3　自発的対称性の破れ 107
3.4.4　ゲージ対称性 111
3.5　摂 動 論 113
3.5.1　相互作用の効果 114
3.5.2　ファインマン則 115
3.5.3　繰り込み 118
3.5.4　相互作用の到達距離 121

第4章　素粒子標準模型　123

4.1　素粒子の種類 123
4.2　3つの力 125
4.2.1　電磁気力 125
4.2.2　強 い 力 128
4.2.3　弱 い 力 136
4.3　質量の起源と電弱理論 140
4.3.1　ヒッグス機構 141
4.3.2　湯川相互作用 148
4.3.3　電弱理論 151
4.4　フレーバー混合 155
4.4.1　クォークセクター —小林・益川模型— 155
4.4.2　ニュートリノ 164
4.5　標準模型のまとめ 166

第5章　相互作用・物質の起源と標準模型を超える物理　169

5.1　標準模型の限界と素粒子をめぐるスケール 170
5.2　大統一理論 171

5.2.1　$SU(5)$ の大統一理論 173
5.2.2　大統一理論のスケールでの対称性の破れ 177
5.2.3　大統一理論の予言 180
5.3　超対称模型と大統一理論 181
5.3.1　超対称性とその表現 181
5.3.2　超対称性と大統一理論 188
5.3.3　超対称な場の理論とヒッグスセクターの 2 次発散 . . . 189
5.3.4　超対称性の動的破れ 195
5.4　暗黒物質と素粒子物理 196
5.4.1　暗黒物質の存在を裏付ける観測 197
5.4.2　暗黒物質の性質と素粒子論的要請 199
5.4.3　暗黒物質の熱的生成 200
5.4.4　暗黒物質探索 205
5.5　バリオンの起源 210
5.6　LHC の世紀 216
5.6.1　素粒子実験が目指すもの — ヒッグス粒子の探索 216
5.6.2　超対称粒子の探索 223

参考図書・文献　229

索　　引　231

第 0 章
序：本書を読む前に

本書は，素粒子物理学の生い立ち，現状，そして将来に向けての展望を概観し，理解してもらうことを主旨としている．素粒子物理学の概念を理解してもらえるよう，直観的な導入に努めているが，読者はある程度の古典・電磁力学や量子力学などの物理の素養があることを想定している．巻末に参考図書・文献があげてあるので，参考にしていただきたい．

この章では，本書の第 1 章からの記述を理解してもらうために必要な基本的な予備知識をまとめておくことにする．

0.1　10 のベキ乗の単位

素粒子物理では，非常に小さな量から，非常に大きな量まで取り扱うので，10 のベキ乗を使って書き表すことが多い．また場合によっては，表記が繁雑になるのを避け，直観的に把握しやすくするために 3 乗ごとに下の表に示すような単位の記号を用いる．例えば，「1,000,000 eV（エレクトロンボルト）」の代わりに「10^6 eV（エレクトロンボルト）」，または，「1 MeV（メガエレクトロンボルト）」と書く．

10^{3} k（キロ）	10^{6} M（メガ）	10^{9} G（ギガ）	10^{12} T（テラ）	10^{15} P（ペタ）	10^{18} E（エクサ）
10^{-3} m（ミリ）	10^{-6} μ（マイクロ）	10^{-9} n（ナノ）	10^{-12} p（ピコ）	10^{-15} f（フェムト）	10^{-18} a（アト）

0.2 相対論的運動学

特殊相対性理論によると，粒子のエネルギー (E)，運動量 (p)，および質量（重さ，m）は，

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

という関係で表される．ここで，c は真空中の光の速さ 2.998×10^8 m/s である．粒子が静止している場合は，$E = mc^2$ というアインシュタインのエネルギーと質量の等価性原理が得られる．したがって，素粒子物理では粒子（素粒子）の質量（重さ）を，エネルギーで表すのが一般的である．エネルギーは，電子の電荷（通常 e で表し，$e = 1.602 \times 10^{-19}$ クーロン）をもつ粒子が 1 V の電圧差で得られるエネルギーで表し，eV という単位を使う（$1\,\mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}$ J である）．したがって，質量の単位は，eV/c^2 となるが，c^2 を 1 として単に eV と表すことが多い（自然単位系の節を参照）．電子の質量は，c を 1 として，0.511×10^6 eV $= 0.511$ MeV である．

特殊相対性理論では，真空中の光速はすべての系で同じであり，粒子の速度は速度そのもの (v) の代わりに，光速 (c) に対する相対速度

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}} \quad (c = 1 \text{ とする}) \tag{1}$$

で表す．$p \to \infty$ で $\beta \to 1$，すなわち質量のある粒子に（なんらかの方法で）エネルギーを与え続け運動量をいくら大きくしても，粒子の速度は光速を超えることはできない．式 (1) から明らかなように，質量ゼロの粒子は常に光速で飛ぶ．β と同様によく使われる量に

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2} \tag{2}$$

がある．これを使うと，粒子のエネルギーは，$E = m/\sqrt{1 - \beta^2} = \gamma m$ と表される．

ある系 A で 運動量 p_A の粒子を，その系に対して相対速度 β で運動する系 B でみると，系 B での粒子のエネルギー E_B と運動量 p_B は，

$$E_B = \gamma(E_A - \beta p_{A\parallel}), \quad p_{B\parallel} = -\gamma(\beta E_A - p_{A\parallel}), \quad p_{B\perp} = p_{A\perp} \tag{3}$$

となる．このように，異なる系での量への変換をローレンツ変換と呼ぶ．特に，ある系からその系に相対的に等速で平行に動く別の系への変換をブーストと呼ぶ．$p_\parallel$ および $p_\perp$ は p の β の方向に平行および垂直な成分を意味する．

$m = \sqrt{E^2 - p^2}$ はローレンツ変換のもとで不変（どの系で測っても同じ）であり，「不変質量」と呼ばれる．例えば，先の系 A で $m = \sqrt{E_A^2 - p_A^2}$ であるとき，系 B でも

$$\begin{aligned}\sqrt{E_B^2 - p_B^2} &= \gamma\sqrt{(E_A - \beta p_{A\parallel})^2 - (\beta E_A - p_{A\parallel})^2 - \frac{1}{\gamma}p_{A}{}_\perp^2} \\ &= \sqrt{E_A^2 - p_A^2} \\ &= m \end{aligned} \tag{4}$$

となるため，確かに不変である．ここで式 (3) を使った．

系に 2 つ以上の粒子がある場合でも，同様の不変量がある．例として，質量 m_1，運動量 p_1 の粒子 1 が，静止している質量 m_2 の粒子 2 に衝突する場合を考える．この系での全エネルギー E_{tot} と全運動量 p_{tot} は

$$E_{\mathrm{tot}} = E_1 + E_2, \quad p_{\mathrm{tot}} = p_1 + p_2 \tag{5}$$

であるが，このとき不変質量は，

$$m' = \sqrt{E_{\mathrm{tot}}^2 - p_{\mathrm{tot}}^2} = \sqrt{(E_1 + m_2)^2 - p_1^2} \tag{6}$$

で与えられる．ここで式 (3) を注意深くみると，この系から p_1 の方向に速度

$$\beta = \frac{p_{\mathrm{tot}}}{E_{\mathrm{tot}}} \tag{7}$$

でブーストした系では，全運動量が 0 ($p'_{\mathrm{tot}} = 0$) となることが分かる．このような系を重心系（CM 系）[1]と呼ぶ．重心系での全エネルギー（重心エネルギー）E_{cm} は，式 (3) の第 1 式から，

$$E_{\mathrm{cm}} = \gamma\,(E_{\mathrm{tot}} - \beta\, p_{\mathrm{tot}})$$

[1] Center of Mass の意．

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{p_{\mathrm{tot}}}{E_{\mathrm{tot}}}\right)^2}}\left(E_{\mathrm{tot}}-\frac{p_{\mathrm{tot}}^2}{E_{\mathrm{tot}}}\right) \\
&= E_{\mathrm{tot}}\sqrt{1-\left(\frac{p_{\mathrm{tot}}}{E_{\mathrm{tot}}}\right)^2} \\
&= m' \qquad (8)
\end{aligned}
$$

となる．重心系では，2 つの粒子がそれぞれ約 $E_{\mathrm{cm}}/2$ のエネルギーをもち，正面衝突する．この重心系のエネルギーが，衝突で有効に使えるエネルギーとなり，最大で質量 E_{cm} の粒子を生成することができる．

0.3 4 元ベクトルを用いた記法

前節では，ローレンツ変換と相対論的運動学の簡単な導入を行ったが，4 元ベクトルを導入すると様々な式をよりコンパクトに表現することができ，またローレンツ不変量が一目で分かるなどの利点が多くある．以下では，4 元ベクトルを用いた記法について簡単な導入をする．

3 次元空間のベクトル $x^i\,(i=1,2,3)$ に 0 番目の要素として ct を追加し，4 元共変ベクトル

$$
x^\mu = (t, \vec{x}) = (x^0, x^1, x^2, x^3) \qquad (9)
$$

を定義する（添字が上付きであることに注意）[2]．ここで自然単位系をとり，$c=1$ とした．座標微分は

$$
\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \qquad (10)
$$

と書く．運動量についても同様にその第 0 成分にエネルギーを追加し，4 元共変ベクトル

$$
p^\mu = (E, \vec{p}) = (p^0, p^1, p^2, p^3) \qquad (11)
$$

[2] 慣例により，4 元ベクトルの添字にはギリシャ文字を，3 元ベクトルの添字にはラテン文字を使う．

を定義する．前節でみたように，$E=\sqrt{|\vec{p}|^2+m^2}$ は質量 m，運動量 $\vec{p}$ の粒子のエネルギーである．

ローレンツ変換は，座標系 x^μ で張られる慣性系に対し相対的に等速で移動している別の慣性系への変換（ブースト），またはある空間方向を軸にとって回転した座標系への変換であり，変換後の座標系での座標 x'^μ は

$$x'^\mu=\sum_{\nu=0}^{3}\Lambda^\mu{}_\nu x^\nu \tag{12}$$

と書かれる．$\Lambda^\mu{}_\nu$ はローレンツ変換の具体的な内容に依存する変換行列であり，例えば式 (3) のように，x^1 方向へ速度 v で動いている系への変換は，前節の β,γ を用いて，

$$\Lambda^\mu{}_\nu=\begin{pmatrix}\gamma & -\beta\gamma & 0 & 0\\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \tag{13}$$

で与えられる．

われわれの時空は 4 次元ミンコフスキー時空であり，時空を特徴づける計量テンソル $g^{\mu\nu}$ は

$$g^{\mu\nu}=g_{\mu\nu}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix} \tag{14}$$

で与えられる．任意の共変ベクトル A^ν はこれを使って反変ベクトル

$$A_\mu=\sum_{\nu=0}^{3}g_{\mu\nu}A^\nu=(A^0,-\vec{A}) \tag{15}$$

に変換される（添字が下付きであることに注意）．また，2 つの 4 元ベクトルの内積は

$$A \cdot B = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu = \sum_{\mu=0}^{3} A^\mu B_\mu = A^0 B^0 - \vec{A} \cdot \vec{B} \tag{16}$$

で定義される．つまり，内積は上付きと下付きのペアで現れている添字について 0 から 3 までの和をとることにより計算される．これを添字についての縮約をとるという．表式に上付きと下付きのペアが現れたときは必ず縮約をとることにし，和の記号 ($\sum_{\mu=0}^{3}$) は省略される[3)]．これと区別するために，3 次元ベクトルの内積は $A^i B^i$，または $\vec{A} \cdot \vec{B}$ と書くことにする．

ところで，計量テンソルはローレンツ不変であり，

$$\Lambda^\rho{}_\mu \Lambda^\sigma{}_\nu g^{\mu\nu} = g^{\rho\sigma} \tag{17}$$

が成り立つことから，2 つの 4 元ベクトルの内積 (16) はローレンツ不変となることが分かる．例えば，4 次元時空上での「距離」$x^\mu x_\mu = s^2$ は不変量であり，また前節で紹介した不変質量は

$$p^\mu p_\mu = E^2 - \vec{p} \cdot \vec{p} = m^2 \tag{18}$$

と書ける．逆に，数式の中にペアになっていないローレンツの添字があった場合，この量はローレンツ不変でないことになる．

次に 4 元ベクトルによる運動学の例として，粒子 1 が 2 つの粒子 2 と 3 へ崩壊する過程を考える．それぞれの粒子の質量を m_1, m_2, m_3 とする．崩壊の前後におけるエネルギー運動量保存則と各運動量の内積は，4 元運動量を使って

$$p_1^\mu = p_2^\mu + p_3^\mu \tag{19}$$

$$p_1^2 = m_1^2, \quad p_2^2 = m_2^2, \quad p_3^2 = m_3^2 \tag{20}$$

と書ける．粒子 1 の静止系で粒子 2 が飛んでいく方向を $+z$ 方向にとると，式 (19) から

$$\begin{cases} p_1^\mu = (m_1, 0, 0, 0) \\ p_2^\mu = (\sqrt{m_2^2 + p_z^2}, 0, 0, p_z) \\ p_3^\mu = (\sqrt{m_3^2 + p_z^2}, 0, 0, -p_z) \end{cases} \tag{21}$$

3) アインシュタインの規約．

となる．したがって相互作用の詳細に依らず，運動量 p_z は

$$m_1 = \sqrt{m_2^2 + p_z^2} + \sqrt{m_3^2 + p_z^2} \tag{22}$$

から一意に決まる．逆に，観測された p_z の値から，m_1, m_2, m_3 の間の関係式が得られる．また，エネルギー保存則から $m_2 + m_3 > m_1$ となるような崩壊は起こらないことが分かる．

もう一例として， 粒子 1 と 2 を衝突させて粒子 3 をつくる場合を考えてみる．$m_1 = m_2 = m \ll m_3$ とし，粒子 3 の静止系でみることにすると，4 元運動量保存則とそれぞれの運動量は

$$p_1^\mu + p_2^\mu = p_3^\mu \tag{23}$$

$$\begin{cases} p_1^\mu = (\sqrt{m^2 + p_z^2}, 0, 0, p_z) \\ p_2^\mu = (\sqrt{m^2 + p_z^2}, 0, 0, -p_z) \\ p_3^\mu = (m_3, 0, 0, 0) \end{cases} \tag{24}$$

となる．再びエネルギー保存則から，重い粒子 3 を生成するためには，粒子 1, 2 はそれぞれ

$$p_z = \sqrt{\frac{m_3^2}{4} - m^2} \approx \frac{m_3}{2} \tag{25}$$

となるまで加速されなければならないことが分かる．

0.4　スピンと統計，量子力学

粒子は，スピンと呼ばれる固有の角運動量（内部自由度）をもっている．スピンの値はプランク定数 h を 2π で割ったディラック定数 $\hbar = h/2\pi$ を単位として，整数の値をもつもの $(0, 1, \cdots)$ と半整数の値をもつもの $(1/2, 3/2, \cdots)$ がある．前者はボーズ・アインシュタイン統計に従い，ボーズ粒子（ボゾン）と呼ばれる．量子力学では，粒子の状態は波動関数で表されるが，2 つの同種のボーズ粒子を入れ替えたとき，波動関数の符号は変化しない．後者はフェルミ・ディラック統計に従い，フェルミ粒子（フェルミオン）と呼ばれる．2 つの同種のフェルミ粒子を入れ替えたとき，波動関数の符号が変化しなければならな

い．その場合，2 つのフェルミ粒子が同じ状態にある場合は波動関数がゼロでないといけないので，2 個のフェルミ粒子は同じ量子状態をとることができないという，パウリの排他律が導かれる．

量子力学では，波動関数 $\psi(t)$ で表される状態 $|\psi(t)\rangle$ は，シュレディンガー方程式

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$$

により記述される．H は系の全力学的エネルギーを表すハミルトニアン（ハミルトン演算子）である．

量子力学では，時間 (t) とエネルギー (E) および位置 (x) と運動量 (p) を同時に正確に決めることはできず，それぞれの不確定性の間に

$$\Delta t\Delta E \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad \Delta x\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

という関係が成り立つ（ハイゼンベルクの不確定性関係）．この関係は，後にみるように量子力学的な考察に有用である．

0.5 自然単位系

これまでに，c や $\hbar$ という量が出てきたが，これらは量子力学での基本定数である．

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 6.8521220 \times 10^{-22}\ \mathrm{MeV{\cdot}s}$$

$$c = 2.998 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$$

自然単位系では，これらをともに無次元量として，その大きさを 1 にとる．一見何をやっているのか分かりにくいが，c と $\hbar$ の単位に着目して考えると，[m/s] を無次元とみなすのだから長さと時間は同じものとみなし，$[\mathrm{MeV{\cdot}s}]^2$ を無次元とみなすのだから時間はエネルギーの逆数とみなす．c と $\hbar$ がともに 1 なので，それらの積

$$\hbar c = 197.332\ \mathrm{MeV{\cdot}fm}$$

も 1 となる．つまり，この単位系においては 1 [MeV] とはエネルギーの大きさを与える単位であるが，この単位系では 1 [fm] のことを 1/197 $[\mathrm{MeV}^{-1}]$ と表す

こともできる．温度が登場したときは，上記に加えてボルツマン因子

$$k_{\mathrm{B}} = 8.617 \times 10^{-11}\ \mathrm{MeV/K}$$

も 1 にとる．自然単位系では，通常使われる様々な単位の間に比例係数を除いて

$$[\text{エネルギー}] = [\text{長さ}]^{-1} = [\text{時間}]^{-1} = [\text{重さ}] = [\text{運動量}] = [\text{温度}]$$

という関係がつく．すでに質量（重さ）については述べたが，素粒子物理学では，すべての物理量をエネルギーの単位 [eV] を使って表すことが多い．

本書では，c や $\hbar$ が明示されている場合を除いて，自然単位系が使用されている．

0.6 磁場中での荷電粒子の軌跡

一様な磁場 $\vec{B}$ の中を通る荷電粒子は，フレミングの左手の法則に従って，粒子の運動方向と磁場方向に両方に垂直な力（ローレンツ力）

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

を受ける．ここで，q は粒子の電荷，$\vec{v}$ は粒子の速度（ベクトル）である．したがって，粒子は螺旋軌道を描き，磁場に垂直な面に射影した粒子の飛跡は円になり，磁場に垂直な運動量成分 p_T と円の半径 ρ は，

$$p_T(\mathrm{GeV}/c) = 0.3\ qB(\mathrm{Tesla})\,\rho(\mathrm{m})$$

で表される．粒子の電荷の符号により，曲がる向きが逆になるので，電荷の正負の識別ができる．また，円の半径を正確に測定することにより，粒子の運動量を測定することができる（2.3.1 節参照）．1 Tesla（= 10 キロガウス）の磁場中での，電荷 $1(e)$，$p_T = 0.1\,\mathrm{GeV}$ $(= 100\,\mathrm{MeV})$ の粒子の軌道の半径は約 30 cm である．

0.7 群

ある物理系において変換 T のもとで物理的な結果が不変であるとき，この

系は変換 T のもとで対称である，または変換 T に対する対称性があるという．対称性の概念は，素粒子物理学における考え方の中核を成すといえるくらい重要である．対称性の議論の出発点である「変換」は，多くの場合数学における「群」をなす．以下では，素粒子物理学において特に重要な群「特殊ユニタリー群 $SU(N)$」に絞って，群の基本的な性質について紹介する．

集合 G に属する 2 つの元（構成要素）の間に積 $(*)$ が定義されており，

- 任意の 2 つの元の積もまた集合に含まれる（$a, b \in G$ のとき $a * b \in G$）
- 単位元が存在する（$a \in G$ に対し $a * 1 = 1 * a = a$ であるような $1 \in G$ がある）
- 逆元が存在する（$a \in G$ に対し $a * a^{-1} = a^{-1} * a = 1$ となる $a^{-1} \in G$ がある）
- 結合律が成り立つ $(a, b, c \in G$ のとき $(a * b) * c = a * (b * c))$

の条件を満たすとき，この集合 G を群という．積の順序が交換する $(a*b = b*a)$ 群を可換群，そうでない $(a * b \neq b * a)$ ものを非可換群と呼ぶ．

素粒子物理学では様々な変換を考えるが，ほとんどの場合，ある線形空間で定義されたベクトルに対する線形変換として捉えることができる．このとき，線形変換は群の条件を満たすので群の具体的な表現を与え，線形空間は群の表現空間となる．以下では厳密さには欠けるが，説明をできるだけ平易にするために，必要がない限り群と群の表現を区別しないことにする．

可換群（の表現）の例は，位相因子 $e^{i\theta}$（θ：実数）の集合である．この変換は 1 次元空間における 1×1 のユニタリー変換行列とみなせるので，$U(1)$ 群と呼ばれる．θ を実数，T を任意の大きさのエルミート行列とするとき，$e^{i\theta T}$ と書ける行列全体もまた $U(1)$ 群をなす．

次に，非可換群である $SU(N)$ 群 $(N \geq 2)$ についてみてみる．N 次元複素空間上に定義されたベクトル $\vec{v}$（成分が複素数）が，行列 U で表現される線形変換により $\vec{v}'$ へ変換されることを

$$v'_i = U_i{}^j v_j \quad (i,\ j = 1, \cdots, N) \tag{26}$$

と書くことにする．以下では同じ添字が上下でペアで現れたときは，その添字

について 1 から N までの和をとることにし，和の記号は省略する．複素共役をとると，添字の位置が上から下，または下から上へ移動することにする．つまり，

$$v'^*_i = v'^i = (U_i{}^j v_j)^* = U^i{}_j v^j \tag{27}$$

となる．変換行列 U が $N \times N$ のユニタリー行列であるとき，この変換は群をなし，その群は $U(N)$ 群と呼ばれる．ユニタリー性は

$$UU^\dagger = U^\dagger U \leftrightarrow U_i{}^j U^k{}_j = \delta_i^k \tag{28}$$

と表現される．特に，行列式が $1\,(\det U = 1)$ である $N \times N$ のユニタリー行列全体がなす群は，特殊ユニタリー群 $SU(N)$ と呼ばれる．複素空間上のベクトルに対し，内積を

$$(u, v) = u_i^* v_i = u^i v_i \tag{29}$$

で定義すると，内積はユニタリー変換のもとで不変となる．

素粒子論において，粒子は場という座標の関数で表される．多くの場合，この場は群の表現空間の基底にもなっている．特に素粒子標準模型では場は $SU(2)$, $SU(3)$ などの群の基底となっている．$SU(N)$ の最も簡単な既約表現は N 次元基底 $\psi_i(x)$ $(i = 1, \cdots, N)$ で，これは $N \times N$ の $SU(N)$ 群の行列によって

$$\psi'_i(x) \to U_i{}^j \psi'_j(x) \tag{30}$$

と変換する．このような変換をする場を $\boldsymbol{N}$ 表現と呼ぶ．またその複素共役は N^* 表現と呼ばれる．

ベクトルの直積を考えることにより，群の添字を複数もつ高階テンソルを定義することができ，

$$v'^{j_1 \cdots j_m}_{i_1 \cdots i_n} = U_{i_1}{}^{k_1} \cdots U_{i_n}{}^{k_n} U^{j_1}{}_{l_1} \cdots U^{j_m}{}_{l_m} v^{l_1 \cdots l_m}_{k_1 \cdots k_n} \tag{31}$$

のように変換される．

例として

$$v'_{ij} = \psi'_{ij} \equiv U_i^k U_j^l v_{kl} \tag{32}$$

と変換をする場を考えよう．このベクトル v_{ij} に対して

$$S_{ij} = v_{ij} + v_{ji}, \quad A_{ij} = v_{ij} - v_{ji} \tag{33}$$

というベクトルを導入すると，1 番目と 2 番目の添字を取り替える操作 P_{12} に対して，

$$P_{12} S_{ij} = S_{ij}, \ P_{12} A_{ij} = -A_{ij} \tag{34}$$

と変換する．また

$$S_{ij} = U_i^k U_j^l S_{kl}, \ A_{ij} = U_i^k U_j^l A_{kl} \tag{35}$$

とそれぞれ独立に変換する．このとき，S と A は線形変換によって互いに混ざり合わない“既約表現”になっている．一方，v_{ij} は規約でない，という．反対称な表現 A_{ij} は $N(N-1)/2$ 次元，対称表現 S_{ij} は $N(N+1)/2$ 次元の表現になる．

δ_i^j は 2 階のテンソルであり，その変換は U のユニタリー性から

$$U_i{}^k U^j{}_l \delta_k^l = \delta_i^j \tag{36}$$

となり，不変テンソルであることが分かる．また，行列式が 1 であることは，

$$\det U = \epsilon_{i_1 \cdots i_N} U_1{}^{i_1} \cdots U_N{}^{i_N} = 1 \tag{37}$$

と書けることを使うと，レビ-チビタ (Levi-Civita) の完全反対称テンソルの変換は，

$$U_{i_1}{}^{k_1} \cdots U_{i_N}{}^{k_N} \epsilon_{k_1 \cdots k_N} = \epsilon_{i_1 \cdots i_N} \tag{38}$$

となり，これもまた不変テンソルであることが分かる．このことから $SU(N)$ の N 個の N 表現を完全反対称化したものは $SU(N)$ 変換で不変な 1 重項になることが分かる．また，

$$\epsilon_{i_1, i_2 \dots i_n} v_{i_1} v_{i_2} \cdots v_{i_n} = v_{i_1} \left(\epsilon_{i_1, i_2 \dots i_n} v_{i_2} \cdots v_{i_n} \right) \tag{39}$$

より $(\epsilon_{i_1,i_2\cdots i_n} v_{i_2}\cdots v_{i_n})$ の変換性は N^* 表現 $v_{i_1}^*$ と同じになることに注意する．特に $SU(2)$ 群においては 2^* 表現 v_i^* に対して $\epsilon_{i_1,i_2} v_{i_2}^*$ は 2 表現に属する変換性をする．

$SU(N)$ に属する行列は，$N \times N$ の複素行列として表される．その独立な行列要素を数えてみる．まず，行列要素は $2 \times N^2$ 個あるが，ユニタリー行列であることから N^2 個の関係式があり，さらに行列式が 1 であるという関係式があるので，独立な成分は

$$(SU(N)\text{ 行列の独立な要素の数}) = 2 \cdot N^2 - N^2 - 1 = N^2 - 1 \tag{40}$$

となる．$SU(N)$ 群に属する行列 U は

$$U = \exp(i\theta^a T^a) \tag{41}$$

のように表すことができる．添字 a は 1 から N^2-1 まではしり，θ^a は実数のパラメータである．T^a は群の生成子と呼ばれ，ユニタリー性からエルミート行列である[4]．また，行列式が 1 であることから $\mathrm{Tr}\, T^a = 0$ が導かれる．本書では，$\mathrm{Tr}\, T^a T^b = \delta^{ab}/2$ という規格化を採用する．

$SU(N)$ 群に属する行列 U, V とその逆からなる積 $UVU^{-1}V^{-1}$ を考える．実数パラメータを $\vec{\theta}_U$, $\vec{\theta}_V^b$ とし，それらが非常に小さいとき，この積をそれぞれのパラメータの 2 次までの近似で評価すると，

$$\begin{aligned} UVU^\dagger V^\dagger &\approx \left(1 + i\theta_U^a T^a\right)\left(1 + i\theta_V^b T^b\right)\left(1 - i\theta_U^c T^c\right)\left(1 - i\theta_V^d T^d\right) \\ &\approx 1 - \theta_U^a \theta_V^b \left(T^a T^b - T^b T^a\right) \end{aligned} \tag{42}$$

を得る．群の定義から積 $UVU^{-1}V^{-1}$ もまた，式 (41) の形に書けることから，行列 $T^aT^b - T^bT^a$ は T^c の線形結合になっているはずである．これを交換子積 $[A, B] = AB - BA$ を使って表すと，

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \tag{43}$$

となる．ここで f^{abc} は構造定数と呼ばれ，その名のとおり群の構造を決定す

4) $T^a = T^{a\dagger}$.

る．ヤコビ (Jacobi) 恒等式

$$[A,\,[B,\,C]]+[C,\,[A,\,B]]+[B,\,[C,\,A]]=0 \tag{44}$$

に式 (43) を適用すると，

$$f^{ade}f^{bcd}+f^{cde}f^{abd}+f^{bde}f^{cad}=0 \tag{45}$$

が導かれる．ここで，構造定数の各要素を

$$i(X^a)_{bc}=f^{abc} \tag{46}$$

のように行列 X^a の成分とみなすと，式 (45) は

$$X^a_{cd}X^b_{de}-X^b_{cd}X^a_{de}=if^{abd}X^d_{ce} \tag{47}$$

のように変形され，式 (43) を満たすことが分かる．すなわち，構造定数そのものもまた生成子とみなすことができる．もとの表現が $N\times N$ 行列であったのに対し，上記の行列 X^a は $(N^2-1)\times(N^2-1)$ の行列であり，この表現を随伴表現と呼ぶ．

$SU(2)$ 群のとき，生成子は $T^a=\sigma^a/2$ $(a=1,2,3)$ であり，σ^a はパウリ (Pauli) 行列

$$\sigma^1=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \sigma^2=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \sigma^3=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix} \tag{48}$$

で与えられ，構造定数は

$$\epsilon^{abc}=\begin{cases}1 & ((a,b,c)=(1,2,3)\text{ の偶置換のとき})\\ -1 & ((a,b,c)=(1,2,3)\text{ の奇置換のとき})\\ 0 & ((a,b,c)\text{ がそれ以外のとき})\end{cases} \tag{49}$$

となる．

$SU(3)$ 群のとき，生成子は $T^a=\lambda^a/2$ $(a=1,\cdots,8)$ で与えられ，λ^a はゲルマン (Gell-Mann) 行列と呼ばれており，

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \tag{50}$$

である．構造定数 f^{abc} の 0 でない要素は

$$f^{123} = 1 \tag{51}$$

$$f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = 1/2 \tag{52}$$

$$f^{156} = f^{367} = -1/2 \tag{53}$$

$$f^{458} = f^{678} = \sqrt{3}/2 \tag{54}$$

となる．

第1章 素粒子物理学の誕生

素粒子物理学は，「われわれの身のまわりの物質（世界）がどのように成り立っているのか？」という素朴な疑問に端を発している．すべての物質は細かく分けていくと分割不可能な微粒子「原子（アトム)」より成り立っているという描像は，すでに古代ギリシャ（紀元前 420 年頃）のデモクリトスにより提唱された．しかしながら，この時代にはそれを確認する手立てはなく「原子論」はいわば机上の空論であった．2000 年以上の時を経て，19 世紀になり科学技術の進歩により実験の裏付けを得て，ようやく今ではよく知られた物質の階層構造のうちの分子および原子のレベルが確立されてきたのである．そして 20 世紀に入り，いよいよ原子核および究極の階層である素粒子の登場となる[1)]．

この章では素粒子物理学がどのように始まり現在の描像に至ったのか，その経過を概観する．

1.1 素粒子物理学の始まり

素粒子の最初の発見は電子である．真空の管の中に置かれた電極に高電圧をかけると陰極線が出ることは 1800 年代中頃より知られており，その正体については帯電した微粒子であると推測されていた．1897 年に，J. J. トムソン (Thomson) が陰極線の粒子はファラデー (M. Faraday) およびミリカン (R. Millikan) により測定されていた最小単位の負の電荷をもち，質量が水素原子の約 1800 分の 1 であることを測定した．すなわち，原子の中で最も軽い水素原子よりさら

1)「素粒子 (elementary particle)」の定義により，素粒子は常に究極の階層である．そのため，後にみるように一時は素粒子とみなされていた粒子が，素粒子ではなくなることもある．

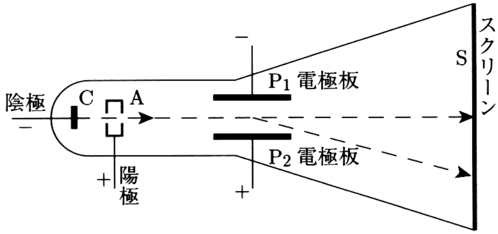


図 1.1 J. J. トムソンの電子発見の実験装置の概念図．陰極から出た電子は陽極にかけられた高電圧によりスクリーンに向かって加速される．電極板にかけた電圧や磁場による軌道の曲がり方により，電荷の符号や電荷と質量の比が分かる．

に 1800 分の 1 の質量をもつ新しい粒子 —電子— が発見されたのである．したがって，原子はもはや分割できない粒子ではなく，電子とその電荷を相殺して中性にする正の電荷をもつ「何か」とにより構成されていると結論されたのである（図 1.1 参照）．

1.1.1 原子核の発見から陽子・中性子へ

正の電荷をもつ「何か」については，J. J. トムソンは原子の大きさ（約 10^{-8} cm）の連続的な正電荷の分布の中に電子が埋め込まれているという「トムソンの原子模型」を考えた．ところが，この模型では 1909 年にラザフォード (E. Rutherford) が，ガイガー (H. Geiger) とマースデン (E. Marsden) と行ったアルファ (α) 粒子の金属箔による散乱角度の実験結果を説明できないことが指摘された．放射性物質からの放射線の一種であるアルファ粒子は 1898 年にラザフォードによって発見されたが，彼自身の実験によりアルファ粒子はヘリウム原子が 2 個の電子を失ったヘリウムイオンであることが分かっていた．

散乱実験の結果は，入射したアルファ粒子の大多数は散乱を起さずほぼ直進するが，少数ではあるが 90 度以上 180 度近い大角度の散乱が起きる．この実験結果を説明するため，1911 年にラザフォードは直径 10^{-12} cm 以下という原子の大きさ ($\sim 10^{-8}$ cm) に比べて非常に小さい領域に正電荷と質量が集中しており，そのまわりを電子が取り巻いて運動しているという「原子核模型」を提唱した．彼は，この模型により計算した散乱角度の分布が実験結果と正確に一

致することを示した．これにより，物質の描像は，分子・原子の階層から，原子核および素粒子（電子）の階層へと入ったのである．

それぞれの原子が水素原子のほぼ整数倍の重さをもち，原子核のまわりを運動する電子の数と同じ正電荷をもつことより，原子核はさらに基本粒子により構成されていることが容易に想像できる．水素原子は1個の電子と $+1e$ の荷電[2]をもつ原子核よりなるので，水素原子核が基本粒子のひとつであると考えられ，陽子と名付けられた．1919年にラザフォードがアルファ粒子と窒素原子核との散乱により酸素原子核と陽子（水素原子核）が生成されることを観測し，陽子が原子核の構成粒子のひとつであることを確立した．当初は，原子核は陽子と電子より成り立っていると考えられた（例えば，アルファ粒子はヘリウム原子核であるが，電荷 $+2e$ で陽子の4倍の質量をもつので，陽子4個と電子2個からなるとされた）．しかし，この模型はいくつかの不都合があり[3]，1920年にはラザフォードが，陽子とほぼ同じ質量をもつが荷電をもたない粒子の存在を論じ，「中性子」と名付けた（この場合，ヘリウム原子核は，陽子2個と中性子2個よりなる）．

実験で中性子が発見されるまでには，10年以上を要した．イレーヌ・キュリー (Irene Curie) と F. ジョリオ (F. Joliot) は，ポロニウムからのアルファ粒子をベリリウムに照射して得られる透過性の強い中性の放射線がパラフィン中の陽子を叩き出すことを見い出した．彼らは，その放射線をガンマ線（短波長の光，次節参照）と考えたが，1932年にチャドウィック (G. Chadwick) がこの現象の詳細な実験を行い，この中性の放射線が陽子とほぼ同じ質量をもつことを示し，中性子の発見となった．これは $^4\mathrm{He} + {}^9\mathrm{Be} \to {}^{12}\mathrm{C} + n$ という核反応により中性子 (n) が放出されたのである．

これにより，原子核の詳細を研究する原子核物理学とさらに電子や陽子・中性子など物質の究極の構成要素を探究する素粒子物理学への道が開かれたといえるだろう．

---

2) 電子のもつ最小単位の電荷量を e と書く．$e = 1.6 \times 10^{-19}$ クーロン (C) である（第0章）．

3) 例えば，窒素原子核は，電荷 $+7e$ で陽子の14倍の質量をもつので，陽子14個と電子7個よりなることになり，スピンは半整数になるが，実際には整数のスピンをもつことが分っていた．

1.1.2 放射線は素粒子か

陽子や中性子が発見された頃には，すでに放射性物質による放射線にはアルファ線，ベータ線，およびガンマ線の3種類あることが知られていた（表1.1）．

ラザフォードは1898年頃，ウランやトリウムの放射線には電離能力および透過力の異なる2種類のものがあることを発見し，アルファ線，ベータ線と名付け，前述のようにアルファ線はヘリウムの原子核であることを示した．一方，ベータ線はベクレル (H. Becquerel) により，トムソンと同じ方法で 電荷/質量比が測定され，電子であることが明らかになった（1899年）．中性子が発見され，精密な測定により中性子は陽子よりわずかに質量が重く，陽子と電子に崩壊することが分かった．したがって，ベータ崩壊は原子核中の中性子の崩壊である．

ベータ崩壊が2体崩壊であるとすると電子のエネルギーは一定になるが，実験の結果，電子のエネルギーは連続的に分布し，陽子と電子のみではエネルギーと角運動量を保存しないことが分かった．この問題を解決するため，1930年にパウリは陽子と電子に加えて，中性の粒子がベータ崩壊で放出されエネルギーを持ち去るという仮説を発表した．その後，1934年にベータ崩壊の理論を定式化したフェルミがこの未知の中性粒子をニュートリノと名付けた．ニュートリノの質量は非常に小さいと考えられ，他の物質との相互作用も非常に弱いので，その存在は広く受け入れられてはいたが，実験での発見は1956年のライネス (F. Reines) らの実験を待たなければならなかった．この実験では，原子炉から生じたニュートリノビームを水に当て，ニュートリノが陽子と反応し生成された中性子と陽電子を観測したのである[4]．

表 1.1 放射性物質による放射線

種類	電荷	透過性	電離能力	粒子
アルファ線	正	非常に弱い	大	ヘリウム原子核
ベータ線	負	ややあり	小	電子
ガンマ線	中性	非常に大	無	光子

[4] 観測した反応は $\bar{\nu} + p \to e^+ + n$ である．ここで p は陽子，陽電子 e^+ は電子の反粒子，$\bar{\nu}$ はニュートリノの反粒子である反ニュートリノである（次節参照）．

一方，ヴィラール (P. Villard) が 1900 年に高い透過性をもち，磁場によって曲げられない放射線を観測したが，ラザフォードにより「ガンマ線」と名付けられた（1903 年）．ガンマ線は X 線と同様に光であると推測されたが，ガンマ線を結晶に当てて散乱を観測して，波長を測定することによってガンマ線が X 線よりさらに波長の短い光であることが明らかになった（1914 年，ラザフォードら）．光は古典力学では電磁波であるが，1901 年のプランクによる黒体輻射の量子化仮説に端を発した一連の量子物理学の発展・確立により，「粒子」ともみなされるようになった（粒子としては「光子」と呼ばれる）．

ここまで見てきたように，電子，陽子，中性子，ニュートリノ，光子（ガンマ線）が，素粒子物理学の黎明期の陣容であるが，これらはすべて早期に知られていた放射線に関連するものであった（表 1.2）[5]．

表 1.2 黎明期の「素粒子」

粒子	記号	電荷	質量 (MeV)	スピン	発見年
電子	e	負	0.511	1/2	1897
陽子	p	正	938.3	1/2	1919
中性子	n	中性	939.6	1/2	1932
ニュートリノ	ν	中性	~ 0	1/2	1956（検出）
光子	γ	中性	0	1	

1.2 量子力学と反粒子の発見

素粒子・原子核のような「ミクロの世界」の振る舞いは，量子力学により記述される．したがって，量子力学の誕生・発展が素粒子物理学の黎明期と期を同じくしているのはある意味当然なのかもしれないが，興味深いことである．プランクに引き続き，1905 年のアインシュタインの光電効果や 1913 年のボーア (N. Bohr) の量子条件などにより，古典力学では波動として扱われていた光の輻射に量子の考え方が適用された．1916 年のミリカンの光電効果の実験および

[5] 表に示されているように，粒子は記号でも表される．特に，粒子の反応などを表すときに用いられる．

1923 年のコンプトン (A. H. Compton) によるコンプトン散乱と呼ばれる X 線と電子の散乱実験により光の粒子性が確証された．また，1924 年にド・ブロイ (L. de Broglie) が粒子の波動性を提唱し，ボーアの電子軌道の量子条件を定常状態の波動の条件から導き出した．

このド・ブローイの波動性の考えを推し進め定式化することにより，1926 年にシュレディンガー (E. Schrödinger) は量子力学の基本方程式のひとつであるシュレディンガー方程式を導いた．同じころ，ハイゼンベルク (W. Heisenberg) は行列力学を考え出し，物理量の時間変化をハミルトニアンとの交換関係で表すハイゼンベルクの運動方程式を発表した．2 つの方程式は，全く異なる観点から導き出され一見異なる形をしているが，両方とも同じ結果をもたらした．シュレディンガーは 2 つの方程式が数学的に同等であることを証明した．

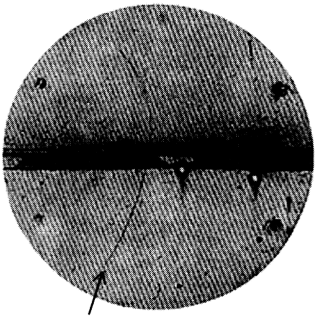
ディラック (P. Dirac) は相対性理論を考慮してシュレディンガー方程式を整理し，光速に近い電子の運動を記述できる方程式（ディラック方程式）を導き出した．ところが，方程式には負の振動数（エネルギー）をもつ解が存在することが分かった．ディラックは苦悩の末，負の振動数の解は電子と同じ質量をもち $+e$ の電荷をもつ粒子であり，電子と反応して消滅する[6]という反粒子であると結論した．これは容易に一般化され，すべての粒子には電荷の符号などが逆で[7]，他の性質（質量や寿命など）が全く同じである反粒子が存在すると結論される．1932 年にアンダーソン (C. Anderson) が霧箱（2.2 節参照）により宇宙線の中に電子と同じ質量で正の電荷をもつ粒子（陽電子）を発見し，反粒子の存在が証明されたのである（図 1.2 参照）．

1.3　中間子発見からクォークモデルへ

反粒子の存在により，「素粒子」の数は 2 倍になったが，まだその様相は簡単

6) エネルギー保存により，消滅の際には，光子などが生成される．

7) 電荷の他にも粒子に付随する「量子数」の符号も逆になる．したがって，電荷がゼロの粒子でもニュートリノや中性子には，反粒子が存在する．電荷およびすべての量子数がゼロの粒子は，粒子と反粒子は同じ粒子となる．当時知られていた粒子の中では光があげられる．後出の π^0, η^0, η'（図 1.5）や J/ψ 粒子（1.3.3 節），Υ 粒子（1.4.2 節）なども粒子と反粒子が同じである．



(a)



(b)

図 1.2 (a) アンダーソンの発見した陽電子の写真．下から入射した粒子（矢印）は中央の鉛板で減速されて磁場による円軌道の曲率が大きくなっている．磁場の向きより粒子の荷電が正であることが分かった．(b) 電子・陽電子の対生成の泡箱写真．

なものであった．原子核を構成する陽子と中性子，その周囲を運動し原子を構成する電子，中性子の崩壊（ベータ崩壊）に伴い生成されるニュートリノとそれぞれの反粒子，そして電磁輻射により生成される光子である（表 1.2）．また，電磁相互作用は光子により媒介されることが知られていた．したがって，原子の中での原子核と電子の結合は，光子の媒介によるものである．では，原子核の中で陽子と中性子はどのように結合しているのだろうか．

1935 年に湯川秀樹は，電磁気力と類似して，陽子と中性子は核力を媒介する未知の粒子により結びついていると提唱した．原子核が小さいため，核力のおよぶ距離も小さいと考えられる．不確定性関係 $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ より，約 1 fm の原子核の範囲に関与する運動量（媒介粒子の質量にほぼ相当）は，電子の約 200 倍（約 100 MeV）程度であると予言された（3.5.4 節参照）．この粒子は電子と陽子の中間の質量をもっているので，中間子と名付けられた．（これに対して，電子は軽粒子，陽子や中性子は重粒子と呼ばれた[8]．）一方で，陽電子の発見の後，アンダーソンとネダーマイヤー (S. Neddermeyer) は，霧箱により宇宙線の粒子を詳細に観測・測定をしていたが，1937 年に正および負の電荷をもち，

[8] 軽粒子，中間子，重粒子は，それぞれレプトン，メソン，バリオンとも呼ばれる．本書では両方を併用する．

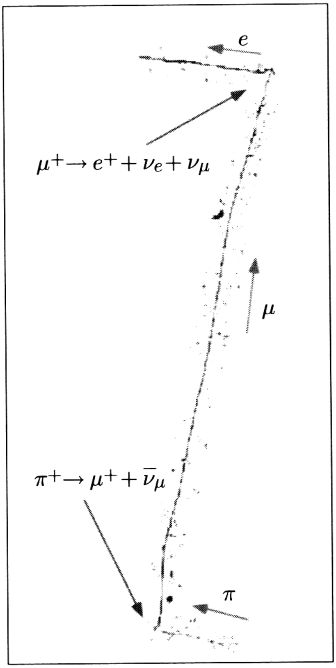


図 1.3　パウエルのグループが観測したパイ中間子のミュー中間子とニュートリノへの崩壊（写真下部）と続いてのミュー中間子の電子への崩壊（写真上部）．ニュートリノは，写っていない．

質量が電子の約 200 倍 (105.7 MeV) の新しい粒子を発見した．この粒子は，当初は湯川の予言した核力を伝える粒子であると結論された．しかし，その後の研究によりこの粒子は原子核との相互作用が極めて弱いことが判明した．したがって，核力を伝える粒子とは矛盾し，研究者の間で様々な意見が交された．

矛盾を解決するために，1942 年に坂田昌一と谷川安孝が，アンダーソンの発見した粒子は湯川の予言した粒子の崩壊により生じたものであるという二中間子論を提唱した．1947 年に C. F. パウエル (C. F. Poweil) のグループが原子核乾板を用いて，電子の約 270 倍 (139.6 MeV) の質量をもつ粒子を発見した．乾板の飛跡をたどると，この粒子は質量のやや軽い荷電粒子とニュートリノ（乾板に飛跡が見えないのでキンク状の飛跡になる）に崩壊し，その荷電粒子はさらに電子とニュートリノに崩壊していた（図 1.3 参照）．これらの 2 つの荷電

粒子はパイ中間子 (π) とミュー中間子 (μ) と名付けられたが，後者はアンダーソンらが発見した粒子と同じものであることが分かった．一方，パイ中間子は，原子核と強く相互作用をするので湯川の予言した粒子と判定され，二中間子論が実証されたのである．

1.3.1　奇妙な粒子と新粒子の発見ラッシュ

これにより，新たに「中間子」が素粒子に加わり，物質の究極の描像に必要な要素は出揃ったと思われた．しかし，同じ 1947 年にロチェスター (C. D. Rochester) とバトラー (C. Butler) が霧箱内の鉛板に高エネルギーの宇宙線が当たって生じた粒子シャワーを撮影し，その中に V 字型の飛跡を発見したのである．解析の結果，これは 497.6 MeV（陽子の約半分）の質量をもつ中性粒子が 2 個の荷電粒子（パイ中間子）に崩壊したもので，K 中間子と名付けられた．また，折れ曲がった荷電粒子の飛跡（荷電粒子と中性粒子に崩壊している）の観測により，ほぼ同じ質量をもつ荷電 K 中間子も同時に発見された．これに端を発してあちこちで探索がなされ，V 字型に崩壊する粒子の現象が数多く観測された．上記の K 中間子のほかに，陽子と負電荷のパイ中間子に崩壊する質量が 1116 MeV の粒子が見つかり，ラムダ (Λ) 粒子と名付けられた．

これらの粒子は物質の成立ちという観点からはまったく予期しないものであり，その振る舞いも研究者を困惑させるものであった（表 1.3）．K 中間子もラムダ粒子も，核力と同じ強い相互作用で生成されるにもかかわらず，その寿命が異常に長く弱い相互作用により崩壊するのである．そのため，これらの粒子

表 1.3　宇宙線で発見された「素粒子」

粒子	記号	電荷	質量 (MeV)	スピン	寿命	発見年
陽電子	e^+	正	0.511	1/2	安定	1932
ミュー粒子	$\mu^\mp$	負/正	105.7	1/2	2.20 μs	1937
パイ中間子	$\pi^\pm$	正/負	139.7	0	26.0 ns	1947
中性 K 中間子	K_S^0	中性	497.6	0	89.5 ps	1947
荷電 K 中間子	$K^\pm$	正/負	493.7	0	12.4 ns	1947
ラムダ粒子	Λ	中性	1115.7	1/2	0.263 ns	1947

電荷が正/負のものは，反粒子も発見されている．

は「奇妙な粒子」と呼ばれた．この奇妙な振る舞いは，パイス (A. Pais) と南部陽一郎らによる「奇妙な粒子は強い相互作用では必ず 2 つ以上が同時につくられる」という共同発生の示唆により解決された．その後，1953 年にゲルマン (M. Gell-Mann) と中野董夫・西島和彦により，強い相互作用では保存するが弱い相互作用では保存しないストレンジネス（奇妙さ，s）という量子数を導入することにより定式化された．強い相互作用では，$s = 1$ をもつ粒子と $s = -1$ をもつ粒子がペアで生成されなければならないのである．

これまでは新粒子の発見や粒子の性質などは宇宙線を観測することにより行われていたが，1930 年頃のコッククロフト・ウォルトン型やバンデグラフ型の発明に始まった粒子加速器の開発が 1950 年頃から急速に進歩してきた（詳細は次章を参照のこと）．1952 年には米国のブルックヘブン国立研究所に陽子を 2.3 GeV（GeV=10^9 電子ボルト）のエネルギーに加速するコスモトロンが稼働し，上記の奇妙な粒子を加速器により生成し，詳細な測定をすることが初めて可能となった．K 中間子とラムダ粒子に加え，奇妙な粒子の仲間であるシグマ (Σ) 粒子およびグザイ (Ξ) 粒子が発見された．1955 年には米国のローレンスバークレー研究所に陽子を 6 GeV に加速するベバトロンが完成し，チェンバレン (O. Chamberlain)，セグレ (E. Segre)，イプシランティス (T. Ypsilantis) が反陽子を発見した[9)]．

これらの加速器は，さらに新しいタイプの粒子の発見をもたらした．1952 年にフェルミらは，シカゴ大学の陽子サイクロトロン加速器により生成したパイ中間子のビームと陽子標的の散乱断面積をパイ中間子のエネルギーの関数として測定したところ，パイ中間子–陽子の重心系のエネルギー（不変質量）が 1230 MeV に鋭いピークを示すことを発見した．シカゴ大学のサイクロトロンでは，1300 MeV の重心系エネルギーが最大であったが，上記のコスモトロンによりさらに大きな質量まで測定が可能になり，1230 MeV の完全なピークおよびより大きな質量にもいくつかピークを観測した．（今日では $\Delta(1232)$, $\Delta(1920)$, $N(1520)$, $N(1700)$ と呼ばれている粒子である．図 1.4(a) 参照．）これらは，新

9) 陽子・陽子衝突で反陽子を生成するには，陽子・反陽子対を生成する必要があるので，陽子 4 個の質量 (3.75 GeV) の重心系エネルギーが必要である．加速エネルギー 6 GeV の陽子と静止している陽子の衝突の重心系のエネルギーは 3.84 GeV である（第 0 章 2 節）．

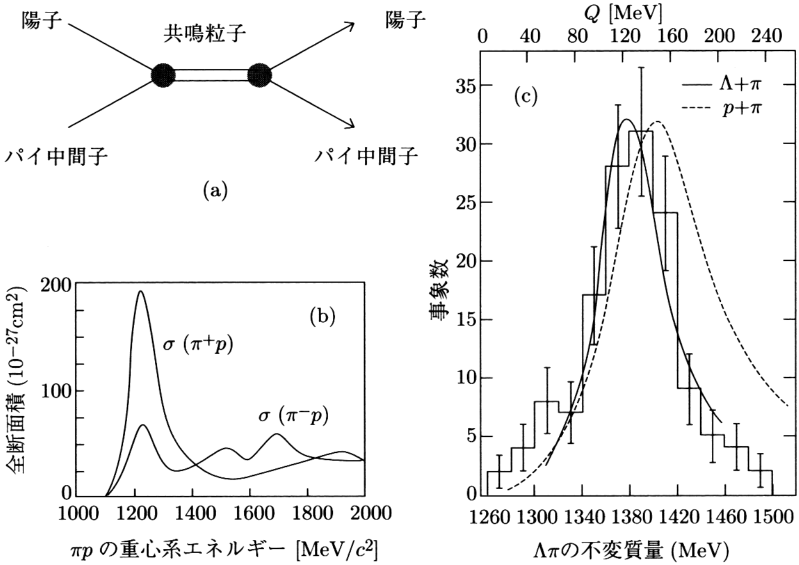


図 1.4 最初の共鳴粒子の発見. (a) パイ中間子と陽子の散乱での共鳴粒子生成の模式図. (b) パイ中間子と陽子の散乱断面積を衝突の有効質量の関数として図に示したもの. (c) $K^-p \to \Lambda\pi^+\pi^-$ 反応における $\Lambda\pi$ の有効質量分布. 今日では, この粒子は $\Sigma(1385)$ と呼ばれている.

しい粒子が生成され強い相互作用により, 陽子とパイ中間子に崩壊したものであるとみなされた. 空洞共鳴の振る舞いとの類似性から「共鳴粒子」と呼ばれている.

一方, 1960 年にアルバレ (L. W. Alvarez) らの実験チームはベバトロンにより生成された K 中間子ビームと泡箱の中の液体水素との衝突反応により, ラムダ粒子と正と負のパイ中間子が生成される事象を詳細に調べた. (この反応は $K^-p \to \Lambda\pi^+\pi^-$ と書かれる.) その結果, パイ中間子とラムダ粒子の不変質量の分布は 1384 MeV にピークを示した. これは, 質量が 1384 MeV の新しい粒子が強い相互作用により, ラムダ粒子とパイ中間子に崩壊したものと解釈された (図 1.4(c) 参照). 今までに観測されていた粒子は弱い相互作用で崩壊するので寿命が 10^{-10} 秒程度であり, 霧箱や泡箱などで粒子の飛跡や飛程を観測できる. 一方, 強い相互作用の典型的な反応時間は 10^{-23} 秒なので, これらの新

しい粒子の寿命も 10^{-23} 秒程度となり非常に短かく，生成されて直ちに崩壊してしまうので，飛跡や飛程を観測することはできない．ハイゼンベルクの不確定性関係 $(\Delta t \Delta E \geq \hbar/2)$ により，観測事象の時間が非常に短い（10^{-23} 秒）のでエネルギー（質量と等価）の不確定性が大きくなる．通常，寿命の短い共鳴粒子については寿命の代わりにその逆数に比例する質量の不定性 — 質量分布のピークの幅として現れ，崩壊幅と呼ばれる — を粒子の性質として用いる．強い相互作用で崩壊する粒子の崩壊幅は，典型的には数十 MeV から 100 MeV 程度である．その後，1960 年代に入り，続々と共鳴粒子が発見され，粒子の数は 100 個以上になった．

1.3.2 クォークモデルの誕生

粒子の数が多くなってくると，これらが基本粒子とは考えにくく，より基本的な粒子によって構成されていると考えるのは自然であろう．この状況は，原子の数が多くなってそれらを構成する電子と原子核の発見に至った状況に類似している．1956 年に坂田昌一は，“陽子，中性子，ラムダ粒子” を基本粒子とする「坂田モデル」を提唱した．このモデルは成功しなかったが，時代に先駆けて提唱され，後述のクォークモデルと共通する要素をもっていたことは注目に値する．原子の場合と同じく，多くの粒子を分類し規則性を見つけることが重要であった．1961 年にネーマン (Y. Ne'eman) とゲルマンがそれぞれ独立に，$SU(3)$ と呼ばれるリー群の対称性を導入した八道説により，中間子および重粒子の 8 重項と重粒子の 10 重項を実験データをよく再現する形で説明することに成功した（図 1.5）．ゲルマン–大久保の質量公式により，スピン 0 中間子の 8 重項のエータ (η) 中間子や，スピン 3/2 重粒子の 10 重項のオメガ (Ω) 粒子の存在と質量を正しく予言したことで，$SU(3)$ 対称性が研究者に広く受け入れられるようになった．

1964 年にゲルマンとツバイク (G. Zweig) により独立にクォークモデルが提唱された．このモデルでは，$SU(3)$ の基本表現としての基本粒子，クォーク $q = (u, d, s)$ により中間子と重粒子が構成されるとするものである．クォークはそれぞれスピン 1/2，重粒子数 1/3 をもち，u と d のストレンジネスはゼロ

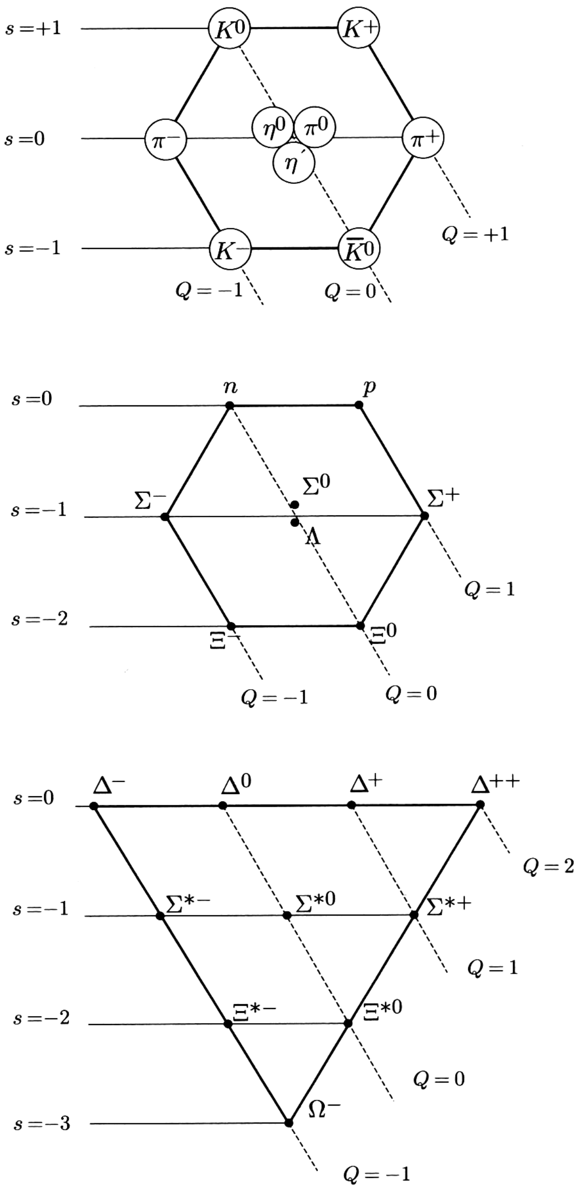


図 1.5 スカラー中間子 8 重項と 1 重項，重粒子 8 重項，および重粒子 10 重項．縦軸はストレンジネス，横軸はアイソスピン第 3 成分である．

で，s は -1 のストレンジネスをもつ．西島–ゲルマンの法則[10)]により，電荷は $(2/3, -1/3, -1/3)$ となる．中間子はクォークと反クォーク対 $(q\bar{q})$ により，重粒子は 3 個のクォーク (qqq) により構成される．クォークは $SU(3)$ の $\mathbf{3}$ 表現なので，

$$\text{中間子}\quad (q\bar{q}):\quad \mathbf{3}\otimes\bar{\mathbf{3}}=\mathbf{1}\oplus\mathbf{8}$$

$$\text{重粒子}\quad (qqq):\quad \mathbf{3}\otimes\mathbf{3}\otimes\mathbf{3}=\mathbf{1}\oplus\mathbf{8}\oplus\mathbf{8}\oplus\mathbf{10}$$

となり，中間子の 8 重項と重粒子の 8 重項および 10 重項が形成される．後に，中間子の 1 重項 (η') も確認された．基本粒子が 1/3 を単位とした非整数の電荷をもつことには当時の研究者の間でも疑問があり，実験でも非整数の電荷をもつ粒子を探索したが発見されなかった．（現在に至るまで，探索は続けられているが見つかっていない．）そのため，整数電荷をもつ基本粒子によるモデルが続々と提唱された．結局，生き残ったのは上記のクォークモデルなので，ここでは整数電荷のモデルとしてハン (M. Y. Han)–南部（陽一郎）のモデルのみに言及しておく．

このモデルでは，整数の電荷をもつ基本粒子の 3 重項を 3 組に増やし，3 組の粒子の電荷の平均がそれぞれ 2/3, $-1/3$, $-1/3$ となるようにした．彼らは，この 3 組が $SU(3)$ 対称性をもつものとし，3 つの自由度は後にカラー (color) 対称性と呼ばれることになった．このモデルでは，Ω 粒子の問題を解決することができた．Ω 粒子はストレンジネスが -3 であり，3 個の s クォーク (sss) で構成されると考えられた．スピンが 3/2 なので 3 個のクォークのスピンが同じ向きに揃い，クォーク間の軌道角運動量がゼロとするのが最も簡潔である．ところがクォークはフェルミ粒子なので，パウリの排他律が適用されるため，このような状態は許されないので，もっと複雑な状態をとっていることになる．これに対して，ハン–南部のモデルでは Ω 粒子を構成する基本粒子は異なる組（カラー）のものであるとすると，パウリの排他律の問題を解決することができる．

一方で，非整数の電荷をもつクォークモデルにもこのカラーの自由度をもた

10) $Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S)$ の関係式．ここで，Q, I_3, B, S はそれぞれ，クォークの電荷，アイソスピンの第 3 成分，重粒子数，ストレンジネスである．アイソスピンは，u と d クォークの間の対称性で，I_3 はそれぞれ $+1/2$ と $-1/2$ である．スピンと同じ記述が適用されるので「アイソスピン」と呼ばれる．

せることにより，Ω 粒子の問題を解決することができる．カラーの自由度をもつ非整数の電荷のクォークモデルが実験結果と一致することが明らかになってきた．電子・陽電子消滅反応によるミュー粒子対生成反応 ($e^+e^- \to \mu^+\mu^-$) の生成断面積は，

$$\sigma = \frac{e^4}{12\pi E_{\rm cm}^2} \tag{1.1}$$

である．$E_{\rm cm}$ は，電子・陽電子の重心系のエネルギーである．一方，クォークと光子の相互作用の強さはクォークの電荷 Q_q に比例し，生成断面積はその 2 乗に比例するので，電子・陽電子消滅反応によるクォーク・反クォーク対生成 ($e^+e^- \to q\bar{q}$) の生成断面積は，

$$\sigma = \frac{Q_q^2 e^4}{12\pi E_{\rm cm}^2} \tag{1.2}$$

となる．電子・陽電子消滅反応によるハドロン粒子生成反応 ($e^+e^- \to$ ハドロン)[11)]の全断面積は，すべてのクォーク・反クォーク対生成の生成断面積の和となるので，ミュー粒子対生成反応の断面積との比はすべてのクォークの電荷の 2 乗の和となる．カラー自由度がない場合は

$$R = (2/3)^2 + (-1/3)^2 + (-1/3)^2 = 2/3$$

となる．しかし，実験結果は $R = 2$ であり，カラー自由度の 3 倍を考慮して初めて実験と一致する．

クォークモデルの提唱者の一人のゲルマンは，当初，クォークはハドロン粒子の対称性などを説明するための数学的枠組みにすぎないと考えていたようであるが，上記のように，クォークモデルは観測されたハドロン粒子の質量や分類などをうまく説明することができ，また R 比の測定により，その実在性が増していった．しかし，クォークがハドロン粒子を構成している物理的な粒子であるという決定的な証拠はまだ出ていなかった．

11) 強い相互作用を行う粒子をハドロンと呼び，中間子と重粒子が含まれる．クォークモデルでは，クォークにより構成される粒子はハドロンである．それに対して，軽粒子は強い相互作用を行わない．

1.3.3 クォークの実在と新クォークの発見

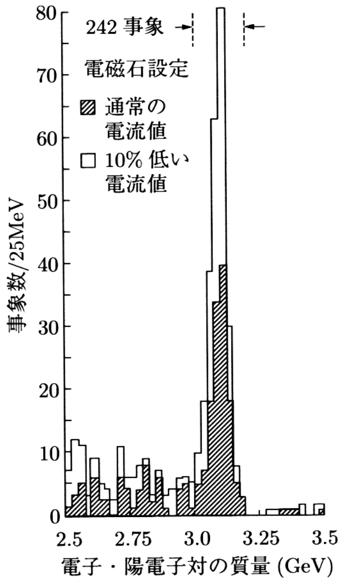
1969年に陽子が構造をもっていて点状の基本粒子により構成されている証拠が米国スタンフォード線型加速器センター(SLAC)の電子ビームによる陽子の非弾性散乱実験[12)]により以下のように示された．原子の中心に小さな原子核があるという原子構造を明らかにしたのは，数MeVのアルファ線の原子による散乱（ラザフォード散乱）である．これに対して，陽子のようにはるかに小さい粒子の構造を調べるにはずっと「波長」の短いプローブが必要となるが，SLACの7–17 GeVの高エネルギー電子ビームにより初めて可能となったのである．電子と陽子の高エネルギー散乱における散乱された電子の運動量分布から，陽子が点粒子の集まりからなることが示されたのである．これにより，陽子は階層構造をもち，点状の物理的な基本粒子（パートンと名付けられた）により構成されていることが明らかになった．

1970年代には，米国のフェルミ国立加速器研究所や欧州原子核研究機構(CERN)に400 GeVのエネルギーの陽子加速器が稼働し，高エネルギーニュートリノビームによるニュートリノ–核子深非弾性散乱実験が行われた．電子–核子深非弾性散乱の結果もあわせて比較することにより，基本粒子の性質を知ることができた．パートンのスピンは1/2であり，非整数の電荷をもつことが分かり，クォークモデルが物理的な粒子によるものであると結論された．さらに，クォークの運動量分布が両方の測定で同じであることが示され，クォークの実在性を裏付けた．

クォークモデルは，1974年の J/ψ 粒子の発見により研究者に確信をもって受け入れられることとなった．図1.6に示すように，ティン(S. Ting)のグループは，ブルックヘブン国立研究所の30 GeV陽子ビームをベリリウム標的に衝突させ，生成される電子・陽電子対の質量分布を測定し，3.1 GeVに鋭いピークの分布を得た．一方，ほぼ同時期にリヒター(B. Richter)のグループは，SLACの電子・陽電子衝突型蓄積加速器SPEARを使って，電子・陽電子の重心系の

---

12) 電子と陽子が衝突して反跳するような，始状態と終状態が同じ粒子である散乱過程を弾性散乱という．これに対して，終状態の粒子が始状態と異なる散乱過程を非弾性散乱という．高いエネルギーの衝突では非弾性散乱の割合が大きくなる．充分エネルギーが高いと，電子が陽子の中のクォークを叩き出す過程となり，深非弾性散乱と呼ばれる．



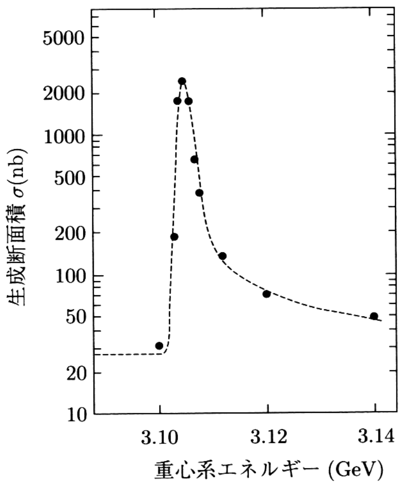


図 1.6 J/ψ 粒子の発見．(a) ティンらの実験での電子・陽電子対の質量分布．(b) リヒターらの実験での重心系エネルギーに対するハドロン生成断面積の変化．

エネルギーを変えながらハドロン生成断面積の測定をした．重心系エネルギーが 3.1 GeV の付近での断面積が他のエネルギーと比べて非常に大きな値を示したので，さらに詳細に調べたところ，断面積が 3.1 GeV で幅の狭い鋭いピークを示すことが明らかになった．両方の実験が同時に，質量 3.1 GeV の新しい共鳴粒子を発見し，それぞれ J 粒子と ψ 粒子と名付けたため，今日でも J/ψ 粒子と呼ばれている．

この新しい粒子の特筆すべき性質は，質量が 3.1 GeV と非常に重いにもかかわらず，崩壊幅が非常に小さいということである．従来のクォークによる共鳴粒子とすると説明できないので，新しい第 4 のクォークであるチャームクォーク ($c\bar{c}$) 対の束縛状態であると判断された．レプトンとクォークとの対応や，中性 K 中間子混合の大きさを GIM（グラショー・イリオプロス・マイアニ）機構[次ページ 13)]で説明するためにチャームクォークの存在と約 1.5 GeV の質量も予

言されていたことも，この判断を後押しした．その後，$(c\bar{c})$ 対の励起状態である ψ' やチャームクォークと u, d, s クォークよりなるチャーム中間子が SLAC SPEAR の実験で発見され，チャームクォークの存在は確固たるものとなった．s クォークが強い相互作用と電磁相互作用で保存するストレンジネスをもつのと同様に，チャームクォークも保存量チャーム数をもつ．J/ψ 粒子の質量は，チャーム中間子対の質量よりも小さく，チャーム中間子対に崩壊できないため，OZI（大久保・ツバイク・飯塚）則[14] により強い相互作用での崩壊が抑制され幅が小さくなるのである．

1.4 世代の繰り返しとフレーバーの物理

1.4.1 第 2 世代の発見

前述のように，1937 年に発見されたミュー粒子は，最初は湯川の予言した核力を伝える中間子と思われたが，後に発見されたパイ中間子が核力を担う粒子と分かり，その役割は判然としないものであった．ミュー粒子は，不安定な粒子のなかでは寿命も長く (2.2 μsec)，電子と 2 個のニュートリノに崩壊する．宇宙線の主要な粒子であり，パイ中間子や K 中間子の崩壊により容易に生成されるので，詳細に研究されてきた．その結果，強い相互作用を行わず，電磁相互作用と弱い相互作用のみをすることが分かった．その性質は，電子と全く同じであり，質量が 200 倍重いことのみが電子と異なるのである．したがって，ミュー粒子は電子と同じ種類の粒子であると考えられる．

しかし，ミュー粒子が電子と光子に崩壊する例が見つからないことから，ミュー粒子と電子を区別する量子数があり，その量子数が保存すると考えられる．その場合，電子と対になる電子ニュートリノ (ν_e) とミュー粒子と対になるミューニュートリノ (ν_μ) があり，それぞれ電子レプトン数とミューレプトン数 (+1) をもつと考えられる．ベータ崩壊では，中性子は陽子と電子と反電子ニュートリノに崩壊し $(n \to p\, e^- \bar{\nu}_e)$，パイ中間子はミュー粒子と反ミューニュートリノ

13) 1.6.3 節の K 中間子混合の説明の脚注 20 を参照のこと．

14) 崩壊反応のクォークダイアグラム（ファインマンダイアグラム）を描いたとき，クォーク線が途中で切断する過程は抑制されるという規則．

($\pi^- \to \mu^-\bar{\nu}_\mu$) に崩壊する．ミュー粒子は，ミューニュートリノ，電子，反電子ニュートリノに崩壊 ($\mu^- \to e^-\bar{\nu}_e\nu_\mu$) すれば，これらのレプトン数は保存する．

ニュートリノは，物質との相互作用が極めて弱いため，その検出は困難であったが，ベータ崩壊 ($n \to p\ e^-\bar{\nu}$) の逆過程の反応 $\bar{\nu}\ p \to n\ e^+$ を検出することにより可能である．そのためには，強いニュートリノの線束と上記の反応をできるだけ多く起こすための大量の標的および検出器が必要である．1956 年にライネス (F. Reines) とコーワン (C. Cowan) は，原子炉で大量に生成される放射性物質のベータ崩壊による反ニュートリノを大容量の液体シンチレータに入射し，電子と中性子の信号を検出することに成功したのである．一方，加速器で生成されるパイ中間子の崩壊 $\pi^- \to \mu^-\bar{\nu}$ により生成されるニュートリノがミューニュートリノならば，$\bar{\nu}p \to n\mu^-$ 反応が起こり，ミュー粒子のみが検出され電子は検出されない．1962 年に，レーダーマン (L. Lederman)，スタインバーガー (J. Steinberger)，シュワルツ (M. Schwartz) のグループがブルックヘブン国立研究所の加速器による実験で，実際にこの反応でミュー粒子しか検出されないことを証明し，電子ニュートリノとミューニュートリノの 2 種類のニュートリノが存在することが確立した．すなわち，(電子，電子ニュートリノ) と（ミュー粒子，ミューニュートリノ）という相互作用に関しては全く同じ性質をもつ 2 つのペアの粒子が存在するのである．これらの強い相互作用をしない粒子はレプトン（軽粒子）と呼ばれるが，上記の発見によりレプトンは 2 つの「世代」からなると考えられた．

1974 年に 4 番目の電荷 2/3 をもつチャームクォークが発見されたことにより，クォークも電荷 2/3 と −1/3 のクォークがペアになっていると考えられ，レプトンと同様に (u, d) と (c, s) の 2 つの世代よりなるという描像が完成した．レプトンおよびクォークで，電荷の異なる 2 つの粒子が対になっているという描像は，1967 年にワインバーグ (S. Weinberg) とサラム (A. Salam) により提唱された弱い相互作用と電磁相互作用の統一理論（電弱統一理論）の描像に合致するものである．

1.4.2 第3世代の発見

チャームクォークの発見に先駆け，1973年に益川敏英と小林誠が，中性K中間子で発見されたCP対称性の破れ（後述）は，第3世代のクォークが存在すれば説明できることを提唱していた．第1，第2世代と同様，最初に発見された第3世代の粒子は，やはり荷電レプトンであった．1975年にパール (M. Perl) が，J/ψ粒子を発見したSLAC SPEAR加速器での電子・陽電子衝突実験で，電子が1個とミュー粒子が1個のみが検出される事象を発見した．電子とミュー粒子のエネルギーと運動量の測定から，検出されていないエネルギーがありその不変質量が一定ではないので，他に数個の検出されない粒子が生成されていることが分かった．これらの事象は第3世代の重いレプトン（タウ (τ) 粒子と名付けられた）が対生成され，それぞれが電子とニュートリノおよびミュー粒子とニュートリノに崩壊する過程

$$e^- e^+ \to \tau^- \tau^+ \to (e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)\ (\mu^+ \nu_\mu \bar{\nu}_\tau)$$

であると結論された．

1977年には，レーダーマンらの実験グループがフェルミ国立加速器研究所の400 GeV陽子ビームと原子核標的の衝突によるミュー粒子対生成の実験により第5番目のbクォーク（ボトムまたはビューティと呼ばれる）を発見した．この実験は，J/ψ粒子を発見したS. ティンらの実験と同じ手法で，生成されたミュー粒子対の質量分布に9.46 GeVのピークを発見したのである．このピークは$(b\bar{b})$の束縛状態と考えられ，ウプシロン (Υ) 粒子と名付けられた．翌年には，米国コーネル大学の電子・陽電子衝突型蓄積加速器CESRの実験でこれもJ/ψ粒子と同様に，ハドロン生成断面積のエネルギー依存性に9.46 GeVのピークがみられ，さらに高い質量の励起状態のウプシロン粒子も両方の実験で発見された．

6番目のクォークはt（トップまたはトルース）と名付けられ，より高エネルギーの電子・陽電子衝突加速器や陽子加速器が稼働し，引き続き発見されると予想されたが，そうはいかなかった．そのため，bクォークにはペアとなるクォークがないというモデルも提唱された．しかし，1987年に中性B中間子混

合がドイツの電子・陽電子衝突型蓄積加速器 DORIS の ARGUS 実験で発見された．中性 B 中間子混合は，主に t クォークを媒介して起こるので，混合の大きさは t クォークの質量によって決まる[15]．実験の測定結果から，t クォークの質量は予想よりはるかに重く，150 GeV 以上であることが判明した．また，日本の高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の電子・陽電子衝突型蓄積加速器 TRISTAN の実験 (AMY, VENUS, TOPAZ) による $e^+e^- \to b\bar{b}$ 生成反応における前後方非対称度の測定により，b クォークにはペアとなるクォークが存在することが強く支持され，t クォークの存在が間接的ではあるが，実験的に証明された．

1995 年についにフェルミ国立加速器研究所の重心系エネルギー 1.8 TeV (TeV $= 10^{12}$ eV) の陽子・反陽子衝突型蓄積加速器 Tevatron の CDF と D0 実験でトップクォークが直接発見された．チャームやボトムクォークの場合とは異なり，トップクォークの質量が非常に大きいので寿命が短く，$(t\bar{t})$ の束縛状態は安定ではなくなり鋭い共鳴粒子のピークとして現れない．そのため，非常に重いクォークの崩壊の特徴を示す事象を検出することになり，実験的にも複雑になる．両実験では，測定器に検出されない大きなエネルギーのニュートリノを伴う高いエネルギーの電子やミュー粒子の事象によりトップクォークを同定した．質量は約 171 GeV と測定された．

なお，タウニュートリノの直接の発見は，2000 年にフェルミ国立加速器研究所のニュートリノビームを使った DONUT 実験によりなされた．タウニュートリノの同定には，タウニュートリノが核子と反応し生成されたタウ粒子 ($\nu_\tau p \to \tau^- n$) を同定する必要がある．DONUT 実験では，反応の標的となる鉄と原子核乾板をサンドイッチ状にし，原子核乾板内にタウ粒子が荷電粒子とニュートリノに崩壊する折れ曲がった飛跡を観測したのである．

さらに，第 4 世代が存在するかどうかという疑問が当然出てくるであろう．この答えは，Z^0 粒子の崩壊幅を精密測定することにより得られ，世代数は 3 であることが分かった（詳細は 1.5.3 節で述べる）．

今までに見てきたように，物質を構成する基本粒子はレプトンとクォークで

15) 中性 B 中間子混合は，中性 K 中間子混合（1.6.3 節）と同様にボックス・ダイアグラムにより起きる（図 1.10 で s クォークを b クォークに置き換える）．

あり，それぞれ6種類の粒子があることが分かった（図4.1参照）．これらの粒子の種類は，「フレーバー（香り）」と呼ばれている．クォークの反応においては，強い相互作用と電磁相互作用ではフレーバーは変化しないが，弱い相互作用でのみフレーバーが変化することができる．このため，K中間子やラムダ粒子などの s クォークを含むハドロンが発見されたときには，それらの粒子の性質や振る舞いに研究者は困惑したのである．6種類のクォークは，それぞれの質量と弱い相互作用での他のクォークへの遷移確率のパターンが異なるので，それらのクォークにより構成されるハドロン粒子は多彩な性質と生成・崩壊様式を示す．これらの，フレーバー間の遷移やフレーバーによる性質の特性の研究はフレーバー物理と呼ばれており，素粒子物理学の一翼を担っている．

1.5 力を媒介する粒子の発見

これまでは，物質を構成する粒子の発見を中心にみてきたが，ここでは力を媒介する粒子の発見についてみてみよう．理論については第3章以降で詳しく述べるが，現在では素粒子の間に働く3つの力は $U(1)$, $SU(2)$, $SU(3)$ 対称性に基づくゲージ理論により記述され，それぞれに対応するゲージ粒子が力を媒介すると理解されている．

1.5.1 電磁相互作用と光子

前述のように粒子としての光子は放射性元素によるガンマ線として知られ，電磁相互作用を媒介する粒子として量子力学の形成のころから認識されていた．1950年頃にファインマン (R. Feynman)，ダイソン (F. Dyson)，シュウィンガー (J. Schwinger)，朝永振一郎らによって $U(1)$ 対称性に基づくゲージ理論として量子電磁力学 (Quantum Electro Dynamics, QED) として完成された．

1.5.2 強い相互作用とグルーオン

強い相互作用に関しては，湯川の予言によるパイ中間子が核力の媒介粒子と考えられていたが，クォークモデルの成功によりパイ中間子が複合粒子ということ

が分かり，強い相互作用を媒介する根源的な粒子と考えることはできなくなった．ハン–南部が Ω 粒子のパウリの排他律の困難を解決するために $SU(3)$ 対称性をもつカラー自由度を導入したことは前に述べた．南部は，さらにカラーの $SU(3)$ 対称性に付随する 8 色のゲージ粒子（グルーオン）が強い相互作用の媒介粒子であり，これらがクォークを結びつけ，ハドロン粒子をつくると考えた．グルーオンは質量がゼロでスピンが 1 の荷電をもたない粒子と考えられ，光子と類似している．しかし，グルーオン自身もカラーをもつので，クォークと同様にグルーオン単体で粒子として観測できないと考えられる．高エネルギーの電子やニュートリノによる深非弾性散乱実験によりクォークの実在が証明されたが，その際にクォークの運動量の総和が親の核子の運動量よりも小さいことが分かった．これは，核子内には電磁相互作用も弱い相互作用もしない成分があることを示す．つまり，この成分は強い相互作用のみをすると考えられ，グルーオンであると考えられたが，直接的な検証が待たれていた．

電子・陽電子衝突によるクォーク・反クォーク対生成反応 $e^+e^- \to q\bar{q}$ では，生成されたクォークはグルーオンの放出やクォーク・反クォークの生成などにより数個のハドロン粒子に分裂する．重心系のエネルギーが高くなるとクォークのエネルギーも高くなり，形成されたハドロン粒子群がもとのクォークの方向に集中して放出され，「ジェット」状になると考えられる．1975 年に SLAC の電子・陽電子衝突型蓄積加速器 SPEAR の重心系エネルギーを 7.4 GeV に上げたデータで，クォーク・反クォークに対応してお互いに反対の方向へ 2 個のジェットが観測された（図 1.7(a)）．これは，クォークを実験により観測・測定する手段として，その後の高エネルギー実験で広く使われることとなった．

さらに，電子・陽電子衝突のエネルギーが高くなると，クォークがグルーオンを放出する反応 $e^+e^- \to q\bar{q}g$（g はグルーオンを表す）が期待される．グルーオンもクォークと同様にハドロン粒子のジェットを形成するので，3 つのジェットの事象になる（図 1.7(b)）．1979 年にドイツの DESY 研究所の電子・陽電子衝突型蓄積加速器 PETRA の実験で重心系のエネルギー 27–32 GeV のデータを使って 3 ジェット事象を観測し，これによりグルーオンが直接的観測により発見されたのである．グルーオンは，クォーク・反クォーク対 ($g \to q\bar{q}$) に崩壊してハドロン粒子に分裂するので，クォークジェットに比べて幅が広がって

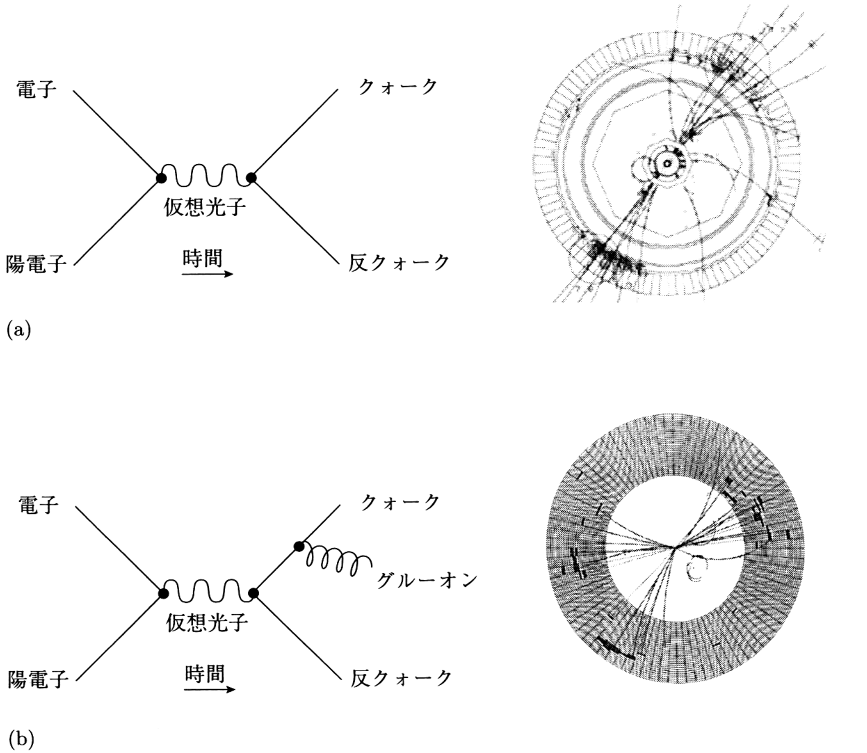


図 1.7　(a) 電子・陽電子消滅反応によるクォーク・反クォーク対生成のダイアグラムと実験で測定された 2 ジェット事象（TRISTAN TOPAZ 実験のものを示す）. (b) クォーク・反クォークとグルーオン生成のダイアグラムと実験で測定された 3 ジェット事象（DESY JADE 実験）.

いることが予測される．また，グルーオンは自己相互作用 ($g \rightarrow gg$) により 2 個のグルーオンを放出し，4 つのジェットの事象を形成するという特徴がある．前述の日本の KEK の TRISTAN（重心系エネルギー 約 60 GeV）の実験でこれらの特徴が確証され（1989 年），グルーオンの存在と性質が確固たるものとなった[16]．

16) グルーオンの自己相互作用以外にも 4 ジェット事象が可能であるが，ジェット間の角度分布を測定することによりグルーオンの自己相互作用を識別することができた．

1.5.3 弱い相互作用と $W^{\pm}$, Z^0

弱い相互作用によるベータ崩壊は，フェルミにより 4 フェルミ相互作用として定式化された．その理論は実験とよく合っていたが，低エネルギーでの近似的なものであり，正しくは湯川の核力の理論と同様に力を媒介する粒子 ($W^{\pm}$) によるものであると考えられていた．弱い力は非常に近距離にしか作用しないので，媒介粒子の質量は非常に重いと考えられた．（したがって，4 フェルミ相互作用が低エネルギーでよい近似となる.）1967 年には，グラショー (S. Glashow)，ワインバーグ，サラムにより，$SU(2) \times U(1)$ 対称性に基づく電弱統一理論（GSW 理論）が提唱され，$W^{\pm}$ に加えて，中性の粒子 (Z^0) が媒介する中性カレントによる弱い相互作用の存在が予言された（詳細は 4.2.3 節，4.3 節）．1973 年に欧州原子核研究機構 (CERN) の泡箱 Gargamell を使って $\nu e^- \rightarrow \nu e^-$ の中性カレントによる反応が発見され，GSW 理論が研究者に受け入れられるようになった．

$W^{\pm}$ と Z^0 の直接発見が待ち望まれ，多くの実験が行われたがエネルギーが充分ではなく，発見には至らなかった．ファンデルメール (S. van der Meer) が反陽子ビームの確率冷却法 (Stocastic cooling) を開発したことにより大強度の反陽子ビームが可能になり，重心系エネルギー 540 GeV の陽子・反陽子衝突型蓄積加速器が CERN に建設され稼働した．この加速器を使って，1983 年にルビア (C. Rubbia) らの実験で $W^{\pm}$ と Z^0 が発見された．$W^{\pm}$ は電子およびミュー粒子とニュートリノへの崩壊モード ($W^{\pm} \rightarrow e^{\pm}\nu_e, \mu^{\pm}\nu_{\mu}$) を検出した．ビーム軸に対して垂直方向に大きなエネルギーのニュートリノ（弱い相互作用しかしないので検出器を素通りするため，欠損エネルギーとして観測される）と反対方向にほぼ同じ垂直方向エネルギーの電子またはミュー粒子のある事象が観測された[17)]．これらの事象の垂直方向エネルギーの分布により $W^{\pm}$ 粒子の質量が約 80 GeV と測定された．Z^0 粒子は，電子・陽電子対 ($Z^0 \rightarrow e^+e^-$)，またはミュー粒子対 ($Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$) への崩壊モードを検出した．これらの事象のレ

[17)] ここでビーム軸に垂直方向の成分のみをみているのは，陽子・反陽子衝突では，陽子・反陽子の中の反応に寄与しないクォークなどから分裂してできた多くの粒子がビーム軸方向に出て検出されないので欠損エネルギーとなり，$W^{\pm}$ 崩壊からのニュートリノの欠損エネルギーと区別がつかないためである．

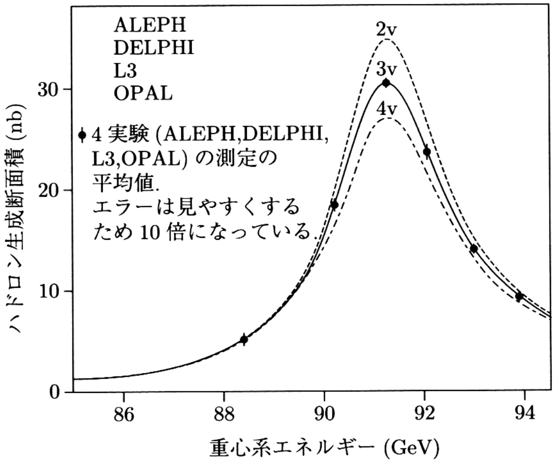


図 1.8 LEP 実験における Z^0 粒子生成断面積の重心系エネルギー依存．測定は 3 世代のニュートリノの場合（実線）と合致している．2 世代（破線）と 4 世代（一点鎖線）も示してあるが，測定データと合っていない．

プトン対の質量分布のピークより，Z^0 粒子の質量は約 90 GeV と測定された．

1.4.2 節でふれたが，Z^0 粒子の崩壊幅を精密測定することにより以下に示すようにクォーク・レプトンの世代数が決定された．一般に粒子の崩壊幅は，その粒子のそれぞれの崩壊モードの崩壊振幅の 2 乗の和に比例する．Z^0 粒子は，クォーク・反クォーク対 ($Z^0 \to q\bar{q}$)，レプトン・反レプトン対 ($Z^0 \to \ell^+\ell^-$)，そしてニュートリノ・反ニュートリノ対 ($Z^0 \to \nu\bar{\nu}$) に崩壊する．クォークと荷電レプトンの質量は，世代とともに急激に重くなるので第 4 世代のものは非常に重く，存在しても Z^0 粒子の崩壊では生成されないと考えられる．（すでにトップクォークは Z^0 粒子より重いので，Z^0 粒子の崩壊幅に寄与しない．）しかし，ニュートリノの質量は 3 世代にわたって非常に軽いので，第 4 世代以上のニュートリノの質量も充分軽いことが期待される．したがって，Z^0 粒子の崩壊幅は，ニュートリノの世代数に応じて大きくなる．図 1.8 に示すように，1989 年に CERN の電子・陽電子衝突型蓄積加速器 LEP の実験 (ALEPH, DELPHI, L3, OPAL) で，Z^0 粒子の崩壊幅を精密測定することにより，世代数は 3 であることが分かったのである[18]．

1.6 対称性と対称性の破れ

物理学の法則は，種々の対称性をもっている．それらは，数学的に表現されるが，定式化にあたって対称性を指針としてより簡潔で美しい表現に至ることもしばしばあった．対称性は保存則と密接に結びついている．例えば，空間移動に対する対称性は運動量保存，空間回転に対する対称性は角運動量保存をもたらす（詳しくは 3.4 節参照）．これらの基本的な対称性は，ニュートン古典力学においても量子力学においても成り立っていると考えられている．

これまでは，粒子の発見の面から素粒子物理学の誕生および発展をみてきたが，ここでは対称性の面から素粒子物理学の推移をみてみよう．

ディラックにより量子力学の基礎ができあがった後，素粒子物理学では，3 つの対称性 – 空間反転（パリティ変換とも呼ぶ P），時間反転 (T)，荷電共役変換（粒子と反粒子の入換え C）– が基本的な対称性であり，それぞれの対称性が成り立つと考えられていた．

1.6.1 空間反転対称性の破れ

空間反転は，鏡像反転の後，鏡面に垂直な軸に関して 180 度回転するのと同等であり，左右対称性とも呼ばれる．空間反転を二度行うともとの状態に戻るので，空間反転に対する固有値（パリティ）は，+1 または −1 であり，それぞれ粒子の全波動関数（スピンなどを含む）が空間座標に関して対称か反対称かに対応している．粒子は，自身に固有のスピン (S) とパリティ (P) をもち，粒子系全体のスピンとパリティに寄与する．例えば，光子は $(S=1,\ P=-1)$ であり，パイ中間子は $(S=0,\ P=-1)$ であることが分かっていた．

前述のように，K 中間子が発見されたときは，「奇妙な」粒子ということで研究者を困惑させたが，荷電 K 中間子はもうひとつ大きなパズルをもたらしたのであった．荷電 K 中間子は，約 500 MeV の質量をもつが，3 個のパイ中間子に崩壊する事例と 2 個のパイ中間子に崩壊する事例がみつかり，それぞれ τ と θ と名付けられていた．2 個のパイ中間子に崩壊する場合は，中間子の間の軌道

[18] 第 4 世代のニュートリノの質量が何らかの理由でずっと重いという理論モデルも可能であり，現在でも第 4 世代の存在について議論されている．

角運動量を L とすると，そのパリティは $(-1)^2 \times (-1)^L$ となる．K 中間子の崩壊の場合はそのスピンはゼロなので，$L = 0$ でパリティは $+1$ となる．一方，3 個のパイ中間子に崩壊する場合は，多少複雑で $(-1)^3 \times (-1)^{L_1} \times (-1)^{L_2}$ となる．ここで，L_1 は，2 個の同電荷のパイ中間子の間の角運動量で，ボーズ統計により偶数のみを取り得る．L_2 は残りのパイ中間子と二中間子系との間の角運動量である．1950 年代に入り，加速器により K 中間子ビームが生成できるようになり，それぞれの崩壊モードの親の粒子の質量を正確に測定することが可能になり，1 ～ 2 MeV の誤差内で一致することが分かった．すなわち，2 つの崩壊は同一粒子によるものと結論付けられたのである．また，3 体崩壊の分布から，$L_1 = L_2 = 0$ でこの崩壊のパリティは -1 となり，2 つの崩壊は異なるパリティをもつことが確定し，当時の研究者を悩ませた．これが，$\tau - \theta$ パズルである．

1956 年に T. D. リー (T. D. Lee) と C. N. ヤン (C. N. Yang) は，これまでの実験結果を検討した末に，弱い相互作用ではパリティ対称性を示す実験の証拠がないとの結論に至り，「弱い相互作用では，パリティ対称性は破れている」という大胆（かつ今となれば最も単純明解）な提唱を行った．彼らは論文のなかで，パリティ対称性の破れはベータ崩壊やパイ中間子の崩壊などを使って実験的に検証できることを示した．それをうけて，C. S. ウー (C. S. Wu) らはスピンの向きを揃えたコバルト 60 のベータ崩壊により実験的にパリティ対称性の破れを確認した．この実験では，コバルト 60 の結晶に極低温で高磁場をかけることによりスピンの向きを揃え，コバルト 60 の結晶の上に置かれたアントラセン結晶のシンチレーションカウンター (2.2.1.A 項参照) でコバルト 60 のベータ崩壊により放出される電子の単位時間あたりの検出数（レート）を測定した．磁場の向きを反転することによりスピンの向きを逆にして電子のレートを比較したところ，電子はスピンと逆向きにより多く出ることが観測された．空間反転では，スピンの向きは変わらないが，電子の放出方向（運動の方向）は反転する．したがって，パリティ対称性が成り立っている場合には，電子の放出方向はスピンの向きに対して対称でなければならない．ところが，実験結果は非対称であったので，ベータ崩壊でのパリティ対称性の破れを証明したのである．

C.S. ウーらの実験の直後に，レーダーマンらも，コロンビア大学ネビス研究所のサイクロトロンで生成された 85 MeV のパイ中間子が飛行中に崩壊して放出したミュー粒子のスピンが運動方向に偏極していることを確認し，パリティ対称性が破れていることを追認した．空間反転により，運動方向は逆向きになるが，スピンは向きを変えない．したがって，空間反転対称性が成り立っている場合には偏極は起こらないはずであり，偏極していることはパリティ対称性の破れの明らかな証拠となる．

その後の詳細な研究により，弱い相互作用は左巻きの相互作用のみであり，パリティ対称性は最大限に破れていることが分かった．(例えば，電磁相互作用のようにパリティ対称性が成り立つ場合は，左巻きと右巻きの相互作用は等しく寄与する．)

1.6.2 荷電共役対称性の破れ

荷電共役変換は，粒子を反粒子に置き換える．したがって，荷電などは符号を変えるがスピンの向きは変わらない．弱い相互作用では，荷電共役対称性も破れている．上記の C.S. ウーらとレーダーマンらの実験は，荷電共役対称性の破れを発見した実験でもあることが彼らの論文に書かれている．ここでは，より簡単なレーダーマンらの実験で説明することにする．彼らの実験では正と負の荷電パイ中間子の崩壊によるミュー粒子の偏極を測定した．正の荷電パイ中間子はニュートリノと正のミュー粒子に崩壊する．この崩壊過程に荷電共役変換を行うと，負の荷電パイ中間子は反ニュートリノと負のミュー粒子に崩壊し，ミュー粒子の偏極の向きは変わらない．しかし，実験結果は，負のミュー粒子は正のミュー粒子とは逆向きに偏極していることが観測されたのである．これは，荷電共役対称性が破れていることを示すものである．

この崩壊でミュー粒子が偏極しているのは，ニュートリノが左巻きであり，反ニュートリノが右巻きであることによる[19]．パイ中間子のスピンはゼロであり，その静止系では，崩壊によりニュートリノとミュー粒子は逆向きに放出されるので，ニュートリノのスピンを打ち消す方向にミュー粒子のスピンが向くの

[19] 4.2.3 節以降に述べられているように，これは弱い相互作用が $V-A$ であることにもよる．

である．この実験により，パイ中間子のミュー粒子とニュートリノへの崩壊は，パリティ対称性と荷電共役対称性の両方とも破れていることが分かったのである．しかしながら，パリティ変換と荷電共役変換の両方を行う（CP 変換と呼ばれている）と観測された実験結果に合致するので，この崩壊は CP 変換に対する対称性は成り立っていることが分かる（図 1.9 を参照）．このことは，ニュートリノ（左巻き）を反ニュートリノ（右巻き）に変換するには，パリティ変換と荷電共役変換の両方を行う必要があることによる．すなわち，一般に粒子を反粒子に変換するのは CP 変換なのである．

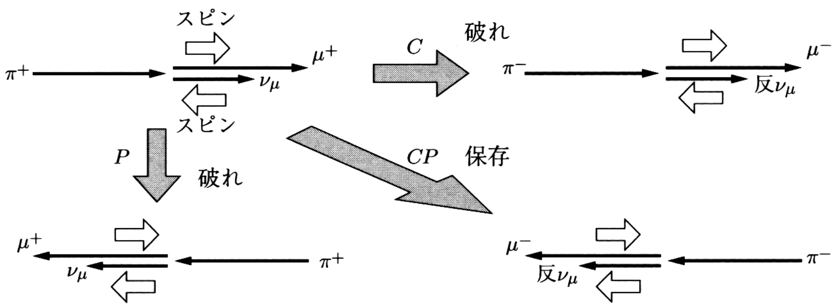


図 1.9　パイ中間子崩壊におけるミュー粒子の偏極とパリティおよび荷電共役変換の対称性の破れ．

弱い相互作用では，パリティ対称性と荷電共役対称性はそれぞれ破れているが，CP 対称性は成り立っている（すなわち，粒子と反粒子の間の対称性は成り立っている）と一般に信じられるようになった．

1.6.3　CP 対称性の破れ

ところが，1964 年にクローニン (J. Cronin)，フィッチ (V. Fitch) らの実験により，中性 K 中間子において CP 対称性が破れていることが発見されたのである．中性 K 中間子は，$(d\bar{s})$ クォーク対よりなる K^0 中間子とその反粒子である $(\bar{d}s)$ クォーク対よりなる $\bar{K}^0$ 中間子がある．しかし，物理的に観測できる中性 K 中間子は，2 個のパイ中間子に崩壊する寿命の短い粒子（K_S^0 と呼ばれ

る）と3個のパイ中間子または準レプトン崩壊 ($\pi^{\pm}\ell^{\mp}\nu_{\ell}$) をする寿命の長い粒子 ($K_L^0$) である．この場合，$K^0$ 粒子と $\bar{K}^0$ 粒子はストレンジネスの固有状態であるが質量の固有状態ではなく，これらの混合状態が質量の固有状態となっているのである．これは，同じ質量をもつ2つの粒子の間で互いに移り変わるような相互作用があるとき，質量の固有状態は2つの粒子の重ね合わせになるという量子力学の一般的な性質によるものである．K^0 と $\bar{K}^0$ は，図 1.10 に示すように，弱い相互作用でボックス・ダイアグラムと呼ばれる過程で互いに移り変わることができる[20]．

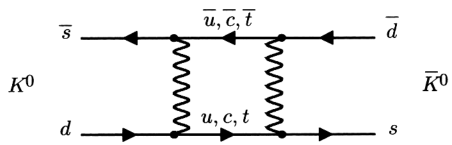


図 1.10 ボックス・ダイアグラムによる K^0 と $\bar{K}^0$ の相互の遷移．

K_S^0 および K_L^0 は一般に K^0 粒子と $\bar{K}^0$ 粒子の重ね合わせとして，

$$|K_{S/L}^0\rangle = (q|K^0\rangle \pm p|\bar{K}^0\rangle)/\sqrt{|q|^2 + |p|^2}$$

と書き表される．q と p は一般に複素数である．CP 対称性が成り立つときは，K_S^0 および K_L^0 に K^0 と $\bar{K}^0$ が同等に含まれているので $|q| = |p|$ である．便宜上，実数をとって，

$$|K_L^0\rangle = (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)/\sqrt{2}$$

$$|K_S^0\rangle = (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)/\sqrt{2}$$

とする．CP 変換は粒子を反粒子に変え，K 中間子のパリティは -1 なので，$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$ とすると（位相は自由に定義してよい），K_S^0 および K_L^0 は CP 変換の固有状態で，固有値はそれぞれ $+1$ と -1 であることが分かる．一

[20] 3種類のクォーク (u, d, s) のみが知られていたときには，u クォークのみの寄与となるが，計算すると混合の大きさが実験値より大き過ぎることが分かった．c クォークがあれば，その寄与は逆符号で相殺する．これを，GIM 機構と呼ぶ．実験値と合うためには c クォークの質量が約 1.5 GeV であることが予測された．

方，2個のパイ中間子は $CP=+1$，3個のパイ中間子は，$CP=-1$ の固有状態である．したがって，K_S^0 は2個のパイ中間子に，K_L^0 は3個のパイ中間子にのみ崩壊できる．上記のクローニン，フィッチらの実験では，ブルックヘブン国立研究所の 30 GeV の陽子加速器により生成された K_L^0 ビームを使って，K_L^0 が約 0.2％の割合で2個の荷電パイ中間子に崩壊することを発見したのである．これは，K_L^0 が純粋な $CP=-1$ の固有状態ではなく，ほんの少しの割合で（ϵ とする）$CP=+1$ の状態が混じっていると考えられる．すなわち，

$$|K_L^0\rangle = (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)/\sqrt{2} + \epsilon(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)/\sqrt{2} \tag{1.3}$$

$$= [(1+\epsilon)|K^0\rangle + (1-\epsilon)|\bar{K}^0\rangle]/\sqrt{2} \tag{1.4}$$

となり，K^0 と $\bar{K}^0$ の割合が異なるので（つまり，K^0 と $\bar{K}^0$ が対称ではないので）CP 対称性が破れていると結論される．

CP 対称性の破れの発見は，研究者らにとって衝撃的であったが，その後の追認実験や，$K_L^0 \to \pi^0\pi^0$ 崩壊や準レプトン崩壊でも CP 対称性の破れが観測されて確実なものとなった．しかし，CP 対称性の破れはどれも 0.2 ~ 0.3％と小さく，中性K中間子以外では長らく CP 対称性の破れは観測されなかった．

1973年に，小林誠と益川敏英が弱い相互作用におけるクォーク混合行列の除去できない複素位相により CP 対称性の破れが起こると提唱した．（小林・益川模型と呼ばれる．詳しくは 4.4.1 節で述べる．）複素数の行列に除去できない複素位相があるためには，3行3列の混合行列が必要になり，3世代（6個）のクォークが存在することを予言したのである．前述のように，当時はまだ (u, d, s) 3個のクォークしか知られておらず，しばらくは注目されなかった．やがて，第3世代のタウレプトンと b クォークが発見され，小林・益川模型は CP 非保存の有力な理論と考えられるようになった．

1980年には，カーター (A. Carter)，ビギ (I. Bigi)，三田一郎により，小林・益川模型によれば B 中間子で大きな CP 非保存が現れる可能性があることが指摘された．B 中間子における CP 対称性の破れは，日本の KEK と米国 SLAC で同時期に建設された非対称エネルギー電子・陽電子衝突型蓄積加速器（B ファクトリーと呼ばれる）の建設により観測が可能となった．2001年に，日本および米国の実験でほぼ同時に $B^0 \to J/\psi K_{S/L}^0$ などの崩壊モードの崩壊時間分布

に B^0 と反粒子である $\bar{B}^0$ の違いを観測することにより，B 中間子における CP 対称性の破れが発見された．その後の数年間に，上記の B ファクトリーの実験で，さらに精度を上げた CP 対称性の破れの測定や他の B 中間子の崩壊モードでの測定により小林・益川模型の正しさが証明されたのである．

1.6.4 時間反転の対称性の破れと CPT 対称性

ローレンツ変換に対して不変な場の量子論では C と P と T を同時に行う変換（CPT 変換と呼ばれる）に対して不変（対称）であることが 1950 年代にリュデルス (G. Lüders)，パウリ (W. Pauli)，ベル (J. Bell) およびヨスト (R. Jost) により証明された（CPT 定理と呼ばれる）．ローレンツ不変性は，エネルギーや運動量の保存と同様に基本的な保存則と考えられているので，CPT 定理が成り立つと広く信じられている．したがって，前節の CP 対称性の破れは，時間反転の対称性も破れていることを示す．

時間反転の対称性の破れは，前述の中性 K 中間子混合現象で，K^0 から $\bar{K}^0$ への遷移と $\bar{K}^0$ から K^0 への遷移の大きさが異なることを測定することにより実験的に証明された．この実験は，CERN の低エネルギー反陽子リング LEAR で生成された 200 MeV の反陽子を高圧の水素ガス標的に照射し，静止した反陽子と陽子の消滅反応で生成された K 中間子の崩壊を測定する．K 中間子は，強い相互作用により

$$p\bar{p} \to K^+\pi^-\bar{K}^0 \quad \text{または} \quad p\bar{p} \to K^-\pi^+K^0$$

の反応で生成されるので，$K^+\pi^-$ または $K^-\pi^+$ を検出することにより，生成された中性 K 中間子が K^0 なのか $\bar{K}^0$ なのかを同定することができる．同定された K^0 が $\bar{K}^0$ に遷移したことは，$\bar{K}^0 \to \pi^+e^-\bar{\nu}_e$ の崩壊により測定することができる．同定された $\bar{K}^0$ の K^0 への遷移の場合は，$K^0 \to \pi^-e^+\nu_e$ である．実験では，1998 年に両者の事象の数が異なることを観測し，時間反転の対称性の破れを初めて直接観測した．

$K^0 \to \bar{K}^0$ 遷移と $\bar{K}^0 \to K^0$ 遷移は，時間反転の過程であるとともに CP 変換の過程でもある．したがって，この測定は時間反転の対称性と CP 対称性が

同時に破れていて，破れの大きさは等しいことを示しており，CPT 定理と矛盾しないものである．

ローレンツ不変性は基本的な対称性と考えられているが，ローレンツ不変でない理論も構築可能であり，実験的にも素粒子分野のみならず，様々な面でその破れの探索が行われている．素粒子では，CPT 対称性は，粒子と反粒子の質量，寿命および荷電量が等しいことを要求するので，粒子と反粒子の質量や寿命の差を検出することにより CPT 対称性のテストができる．質量や寿命は粒子の基本的な性質のため，様々な粒子でテストが行われているが，現在のところ CPT 対称性の破れは発見されておらず，中性 K 中間子の混合現象の測定から導き出される K^0 と $\bar{K}^0$ の質量差の上限（K^0 の質量の 0.8×10^{-18} 以下）が最も厳しい制約を与えている．

第 2 章

素粒子実験

前章でみてきたように，素粒子物理学の発展には理論と実験が互いに啓発・連携しあうことが重要な役割を果している．実験により今までの知見・理論では説明がつかない現象が発見され，それを説明・解明するための新しい理論が提唱される．一方で，新しい理論が提唱されれば，実験により検証が行われその可否が判定され，正しい理論が明らかになるのである．この章では，素粒子実験に重要な役割を果している粒子加速器と粒子検出器および実験装置について概観する．

2.1 粒子加速器

素粒子物理学の初期の素粒子の発見やその性質の研究は，放射性元素からの放射線や宇宙線を用いて行われた．しかしながら，放射線のエネルギーは数 MeV までに限られており，宇宙線は非常に高いエネルギーのものもあるが頻度が低い．したがって，エネルギーと強度が充分高く意のままに制御できる粒子のビームがあれば，素粒子実験を非常に効率的に行うことが可能になる．実際，すでに前章で明らかなように，宇宙線による奇妙な粒子の発見による困惑は，粒子加速器によって奇妙な粒子をつくり出すことができるようになり，ストレンジネスという保存量の導入により問題が解決し，理解が飛躍的に深まったのである．その後，粒子加速器の急速な進歩とともに素粒子物理学も飛躍的に発展してきたといえる．

粒子の加速は，荷電粒子を高電圧による電場により加速するのが最も単刀直入な方法であろう．J. J. トムソンによる最初の素粒子である電子の発見が，エネルギーは低いが基本的にはこの方法でつくられた電子線によるものであるこ

とは興味深い．さらにより高いエネルギーに粒子を加速するため，高電圧をつくり出すことに努力が払われた．

2.1.1 直流高電圧型加速器（静電加速器）

1932年にコッククロフト (J. Cockcroft) とウォルトン (E. Walton) が，倍電圧整流回路を重ね合わせた高電圧装置により陽子を約700 keVのエネルギーに加速し，最初の原子核の人工破壊に成功した（コッククロフト-ウォルトン型加速器）．倍電圧整流回路は，コンデンサー2個と整流器2個を組み合わせることにより交流入力電圧に対してピーク電圧の2倍の直流電圧を得ることができる（図 2.1 参照）．この回路を N 段重ね合わせることにより入力の $2N$ 倍の直流電圧を得ることができるのである．この方法では，重ね合わせの段数を多くすれば，どんどん高電圧が得られそうであるが，最高加速電圧は絶縁耐圧によって決まり，大気圧では 1 MV 程度である．

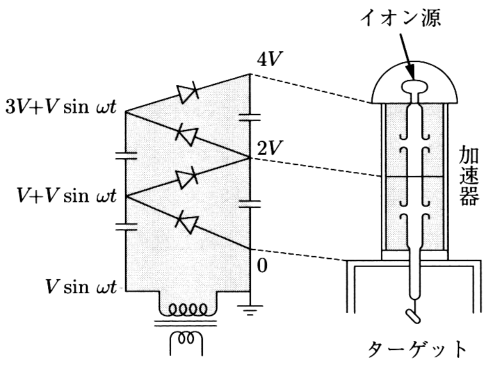


図 2.1 倍電圧整流回路およびコッククロフト-ウォルトン型加速器．

高電圧をつくり出すもうひとつの方法として，絶縁物のベルトに電荷を乗せて運んで高電圧を得るという方法が考えられていたが，1933年にバンデグラフ (R. Van de Graaff) により実用化され実験に用いられた（バンデグラフ型加速器，図 2.2 参照）．その後，タンデム方式と呼ばれる方法が開発された．この

方法では，まず中性原子に電子がついた負イオンをつくり，正の電極に向けて加速する（V_0 eV のエネルギーで加速される）．負イオンが正の電極に達したら，炭素の薄膜などを通過させ電子を剥奪し正イオンとし，さらに正の電極から接地電圧に向けて加速する（さらに V_0 eV のエネルギーで加速される）．これにより，V_0 の高電圧により 2 倍のエネルギー ($2V_0$ eV) の粒子ビームが得られることになる．さらに，装置全体を高圧の絶縁ガスを入れたタンクに封入することにより絶縁耐圧を上げることができ，10 MeV を超える加速装置も可能となった．

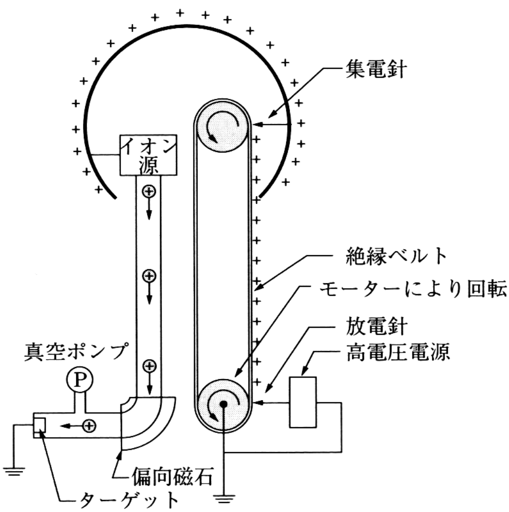


図 2.2 バンデグラフ型加速器．

これらの加速器は，逐次改良され性能も上がり原子核実験に広く使われた．バンデグラフ型加速器はエネルギーの一様性がよく精密測定に向いている．なお，コッククロフト-ウォルトン型加速器は大電流のビーム加速ができるのが特徴であり，以下に述べる大型加速器の初段加速器として用いられている．

2.1.2　高周波による加速器

1950 年代の素粒子物理では，湯川により予言され宇宙線の中に発見されたパイ中間子や，奇妙な粒子と呼ばれた K 中間子を生成することが要求された．陽子ビームを水素（陽子）標的に衝突させたときの重心系でのエネルギー ($E_{\rm cm}$) は陽子ビームの加速エネルギーを $E_{\rm acc}$ とすると，

$$\begin{aligned} E_{\rm cm}^2 &= (m_p + E_{\rm acc} + m_p)^2 - [(m_p + E_{\rm acc})^2 - m_p^2] \\ &= 2m_p E_{\rm acc} + 4m_p^2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

となる（第 0 章 2 節参照）．パイ中間子を生成させるには $E_{\rm cm}$ が 2 個の陽子の質量とパイ中間子の質量の和より大きくなければならないので，約 300 MeV 以上の加速エネルギーが必要である．K 中間子を生成させるには，ストレンジネス保存のため反 K 中間子と対で生成しなければならないので，$E_{\rm cm}$ が 2 個の陽子の質量と 2 個の K 中間子の質量の和より大きい必要があり，約 2 GeV 以上の加速エネルギーが要求される．

直流高電圧型加速器では高電圧部の絶縁には限界があり（10 MeV 程度），上記に要求される数百 MeV の加速エネルギーにははるかに及ばない．そのような高いエネルギーに粒子を加速する方法として，電極電圧は比較的低いが，粒子を何回も繰り返し加速することにより高い加速エネルギーを得る「多重加速」の方法が考え出された．

多重加速では，電極に高周波電圧をかけることにより繰り返し加速するのが通常であるが，粒子を円形軌道に回して同じ加速装置で繰り返し加速する「円形加速器」と，真っ直な軌道上に加速装置をいくつも並べる「線型加速器」の 2 種類のものがある．

A.　サイクロトロン

一定の磁場中では荷電粒子は円軌道を描くが，非相対論的な範囲では速度と円軌道の半径は比例するので，円運動の周期は一定である．サイクロトロンは，磁場中に置かれた半円形の 2 つの電極に粒子の円運動の周期に合わせた高周波電圧をかけ，繰り返し加速する（図 2.3 参照）．イオン源は中心に置かれる．1931

年にローレンス (E. Lawrence) とリビングストン (M. Livingston) が初めてサイクロトロンによる陽子の加速に成功した．しかし，エネルギーが大きくなると相対論的な効果により円運動の周期が一定ではなくなるので，陽子では 20 MeV ぐらいが加速エネルギーの限界となる．

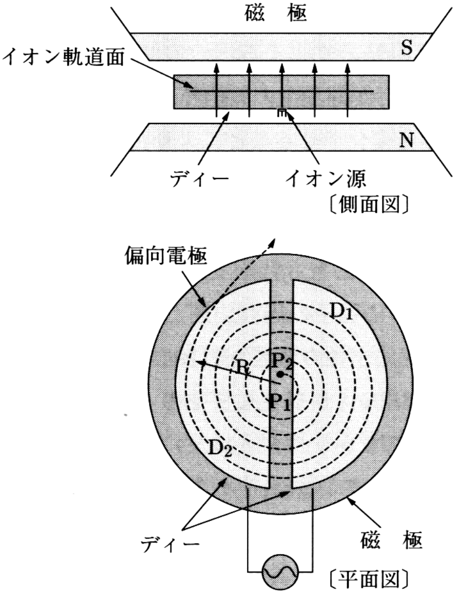


図 2.3 サイクロトロン型加速器．

この制限に対して 2 つ改善方法が考案された．ひとつめは，高いエネルギーでの円運動の周期の変化に応じて高周波の周期を変えるものである（シンクロサイクロトロンと呼ばれる）．これにより，原理的な制約はなくなり，パイ中間子の生成が可能な数百 MeV の加速器がつくられ，1950 年代に活躍した．最大のものは 900 MeV に達した．しかし，粒子のエネルギーに応じて円軌道の半径が大きくなるので，大きな鉄の磁極をもつ電磁石が必要となる．上記の最大のものでは 2000 トン以上の重量となり，それ以上のものは現実的ではなくなった．

もうひとつの方法は，H. トーマス (H. Thomas) により提唱されたセクター

収束サイクロトロンである．これは磁極をいくつかに分割することにより磁場を調整し，固定周波数で加速できるようにしたものである．100 MeV 程度のエネルギーのものが多くつくられ，現在でも原子核実験などに広く使われている．

B. シンクロトロン

シンクロサイクロトロンでは，エネルギーの原理的な上限はなくなったが，粒子の最大エネルギーでの軌道で決まる円の内部すべてに磁場をつくらないといけないので，電磁石の重さが建設上の制約となる．この制約を克服するため，エネルギーに応じて磁場を変化させることにより，粒子の軌道を一定に保つ方式が考えられた．この場合，粒子は細いドーナツ状の真空パイプの中を回り，その軌道に沿った部分にのみ電磁石を配置すればよいので，飛躍的に大型化が可能になる（図 2.4）．高周波加速装置も軌道上に配置し，粒子の周回周期に同調して周波数を変える．加速中に粒子の周回周期と高周波の同期を安定に保ち続けることができること（位相安定性の原理）を 1945 年にヴェクスラー (V. Vekslaer) とマクミラン (E. McMillan) が発見しており，あちこちで建設が開始された．まず，1946 年にイギリスでシンクロトロンにより電子を 8 MeV まで加速した．翌年には，米国のゼネラルエレクトリック社で 70 MeV の電子シンクロトロンが稼働し，シンクロトロン輻射が初めて観測された．

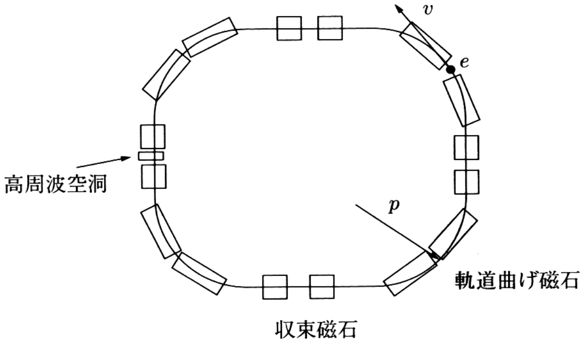


図 2.4 シンクロトロン加速器の概念図．

シンクロトロンの実現性が明らかになると，高エネルギーの大型陽子シンクロトロン加速器の設計および建設が各地の研究所で一斉に行われた．米国ブルックヘブン国立研究所に最初の陽子シンクロトロンである 2.3 GeV のコスモトロンが 1952 年に完成し，K 中間子などの奇妙な粒子が生成可能になり，理解が急速に深まった（後にエネルギーは 3 GeV に上った）．1954 年にはローレンスバークレー国立研究所内に反陽子発見を目的としてエネルギーを設定した 6 GeV のベバトロンが完成し，翌年に目的どおり反陽子を発見した．1957 年にはロシア（当時はソビエト）のドゥブナ研究所に建設されたシンクロファゾトロンが 10 GeV に到達した．

その後，さらに高いエネルギーの陽子シンクロトロンが建設されていった．1959 年に CERN で 28 GeV の加速器が稼働し，1960 年にはブルックヘブン国立研究所で 30 GeV の加速器が稼働し，2 種類のニュートリノの証明（1.4.1 節），中性中間子での CP 対称性の破れ（1.6.3 節）や J/ψ 粒子の発見（1.3.3 節）に至った．1972 年にフェルミ国立加速器研究所で周長 6 km の 400 GeV の加速器が建設され稼働し，ボトムクォークが発見された．1984 年には超伝導電磁石を使うことにより 800 GeV に到達した．CERN でも 1976 年に 400 GeV の SPS が始動し，450 GeV で運転を行った．両加速器で生成されたニュートリノビームによる深非弾性散乱実験により，核子が点状の粒子クォークによって構成されていることが証明された．これらの加速器では，直接標的に照射し反応を調べたり，標的により生成される様々な 2 次粒子のビーム（中間子やニュートリノ）を使って素粒子反応を調べる実験が現在でも行われている．

シンクロトロンは，後述の衝突型加速器としても用いられており，現在のところ陽子および電子ともに最も高いエネルギーを達成しているのはシンクロトロン加速器である．電子シンクロトロンも，陽子と同様にどんどんエネルギーの高いものが建設されてきたが，数 GeV を超える加速器は素粒子実験では衝突型加速器が主となっている．

C.　線型加速器

線型加速器は直線上に高周波電圧加速装置を多数並べて繰り返し加速する．円形加速器と同様に高周波の周期と加速される粒子の速度による位置を同期す

る必要があるが，線型加速器でも「位相安定性の原理」が適用される．

最初に実現された線型加速器は，1928年にヴィデレー (R. Wideroe) により提唱された形式のものである．これは，一連の中空円筒形の電極を並べ，1つおきに共通の高周波電圧をかけるものである（他の電極は接地されている）（図2.5参照）．粒子が電極のギャップを通るときに高周波の電場により加速されるように電極の長さを設定する（後段の電極ほど長くなる）．このタイプのものは，高周波の周波数が10 MHz程度までが限度であり，高いエネルギーの加速には向いていない．

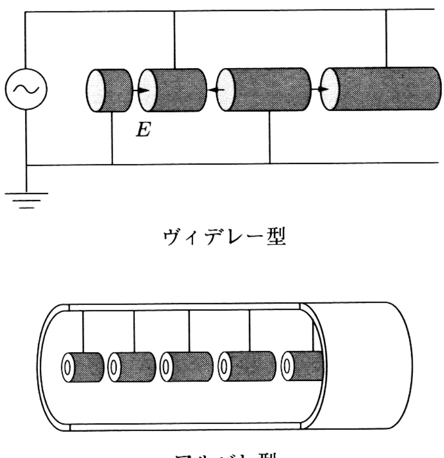


図 2.5 線型加速器：ヴィデレー型とアルバレ型．

現在の陽子線型加速器で広く使われているのは，アルバレ (L. W. Alvarez) により開発された形式のものである（アルバレ型）．これは，円筒の加速管の空洞の中に高周波の共鳴定在波をつくり，軸方向にできる電場を利用するものである．通常200 MHz程度の高周波が用いられ，陽子の速さに合わせた金属円筒を中に並べて減速の位相のときには金属円筒中を通り加速位相のみを受けるようにする．10 MeVから200 MeVのものがつくられており，大型の陽子シンクロトロンの前段加速器として用いられていることが多い．素粒子実験では，米国

ロスアラモス国立研究所に 800 MeV の加速器が建設され，パイ中間子やミュー粒子の発生装置として使われている．

電子は，質量が小さいため数 MeV 程度で速度はほぼ光速に達するので，加速管を導波管として，電子の速度と同じ位相速度をもつ進行波をつくって加速する方法が用いられている．円筒形の加速管の中にドーナツ状の円板を入れることにより位相速度を調整する．高周波の周波数は，100 MHz から 10 GHz のものが使用されており，用途に応じて 1 MeV 程度から数 10 GeV のものまで多岐にわたっている．陽子の場合と同様，大型の電子シンクロトロンの前段加速器として用いられていることが多い．素粒子実験では，SLAC に 3.2 km（2 マイル）の長さの加速器が 1966 年につくられ，水素や原子核を標的とする深非弾性散乱実験などが行われた．この加速器は世界最長の線型加速器であり，最高エネルギーは，初期の頃は 20 GeV であったが，1989 年には 50 GeV まで加速できるように改良された．電子線型加速器は，1970 年代より主に衝突型加速器（後述）の入射加速器として使用されている．

2.1.3 衝突型加速器

シンクロトロンの発明と加速器技術の進歩により，特に陽子加速器のエネルギーは飛躍的に上がった．しかし，衝突反応に有効なエネルギーは，衝突する 2 個の粒子の重心系でのエネルギーである．陽子の固定標的に加速された陽子(エネルギーを E, 質量を M とする）を衝突させる場合は，重心系のエネルギーは約 $\sqrt{2ME}$ となり，加速エネルギーの自乗根でしか増加しない．つまり，加速器のエネルギーが 10 倍に上がっても，衝突に有効なエネルギーは約 3 倍にしかならないのである．

これに対して，もし加速された粒子どうしを正面衝突させると，重心系のエネルギーは $2E$ となる．30 GeV の陽子の場合は固定標的の場合の約 7.5 GeV に比べて，正面衝突では 60 GeV とずっと大きくなる．しかも，正面衝突では重心系のエネルギーは加速器のエネルギーに比例するので，高いエネルギーになるほど差は大きくなる．陽子ビームの衝突型加速器の考えは 1950 年代にすでにあったが，加速器の技術がまだ十分ではなく，実現はしなかった．

A. 電子・陽電子衝突型加速器

一方，1960年にタウシェック (B. Touschek) が電子と陽電子を1つの加速器（貯蔵リング）に逆向き周回させ衝突させるというアイデアを提唱した[1]．このアイデアは，イタリアのフラスカチ研究所でADAという0.25 GeVのエネルギーの貯蔵リングをつくって試みられた．初期の確認のあと，ADAはフランスのオルセー研究所に運ばれ，より強度の線型加速器からのビームを入射し，1964年に初めての電子・陽電子衝突反応が観測された．

この成功をうけて，フラスカチ研究所に1.5 GeVのビームエネルギー（重心系エネルギー3 GeV）の電子・陽電子衝突型蓄積加速器ADONEが建設され，1969年より運転を開始し，初めての本格的な電子・陽電子衝突実験が行われた．SLACでも1972年より重心系エネルギーで7.4 GeVまで可能なSPEARが建設され運転を開始した．1974年に，このSPEARとブルックヘブン国立研究所の30 GeV陽子シンクロトロンによる実験で J/ψ 粒子が発見されたことに象徴されるように，素粒子実験にとって電子・陽電子衝突型蓄積加速器は陽子加速器と同等の役割を果すことになる．電子・陽電子衝突の場合は，粒子と反粒子の衝突のため，消滅反応により粒子を生成できるという，固定標的実験とは異なる反応が研究できる．その後，さらに高いエネルギーの電子・陽電子衝突型蓄積加速器が米国のSLAC，ドイツのDESY，日本のKEKの各研究所に建設され（表2.2参照），素粒子実験に活躍した．最大のものは，1989年に重心系エネルギー約90 GeV（Z^0 粒子の質量）で稼働したCERNのLEP加速器である．これは，周長27 kmの巨大な加速器である．その後ヒッグス粒子の探査などのため，改造によりエネルギーを倍増し，2000年には最高重心系エネルギー209 GeVを達成した (LEP2)．

B. 陽子衝突型加速器

陽子加速器の場合でも，陽子と反陽子を逆向き周回させ衝突させることは可能であるが，1960–1970年代当時は充分な強度の反陽子ビームを得ることがで

[1] A項からC項までの加速器はビームを加速器に貯蔵しながら衝突させるので，蓄積加速器と呼ばれる．

きなかった．そのため，交差する 2 つの加速器リングに陽子をそれぞれ逆向きに周回させ交差点で衝突させる方法が CERN で試みられ，1971 年に 63 GeV の重心系エネルギー（各リングのエネルギーが 31.5 GeV）で衝突させることに成功した (ISR と呼ばれている)．これは約 2000 GeV の陽子ビームを陽子の固定標的に衝突させることに対応する．

1981 年には，CERN で S. ファンデルメールが反陽子ビームの確率冷却法 (Stocastic cooling) を開発した．反陽子ビームは，高エネルギーの陽子ビームを標的に当てて生成された反陽子を集めて加速することによりつくられる．衝突型加速器で使用するためには，反陽子のエネルギーと方向が揃っている必要があるが，生成された反陽子はエネルギーと方向が広がっていて，そのままでは有効に使うことができない．確率冷却法により，集めた反陽子のエネルギーと方向を揃えることができるようになり，大強度の反陽子ビームの生成・加速が可能になった．1 つの加速器リングによる陽子・反陽子衝突型加速器が CERN に建設され，重心系エネルギー 540 GeV の衝突が 1981 年に実現した．これにより，1983 年に目的どおり弱い相互作用を媒介する $W^{\pm}$ と Z^0 粒子が発見されたのである．1985 年には，フェルミ国立加速器研究所に建設された陽子・反陽子衝突型加速器 Tevatron が 1.6 TeV ($1\,\text{TeV} = 1000\,\text{GeV} = 10^{12}\,\text{eV}$) の重心系エネルギーを達成し，その後 1.96 TeV で実験が行われた．1995 年に，Tevatron の実験でついに 6 番目のクォーク，トップが発見されたのである．

さらに高いエネルギーの衝突を目指して，CERN に陽子・陽子衝突型加速器 LHC が建設され，2009 年より 7 TeV の重心系エネルギーで稼働し実験が行われている[2)]．この加速器は，LEP 加速器のトンネルに建設され，ISR と同様に 2 つのリングによる衝突型加速器であるが，1 つのクライオスタット（超低温機器を収納する断熱密閉構造体）の中に 2 つのリングの超伝導磁石を組み込むことでコストダウンを計っている．7 TeV および 8 TeV で充分にデータを収集した後，設計目標値である 14 TeV へ段階的にエネルギーを上げる予定である．

[2)] 米国では，重心系エネルギー 40 TeV のさらに大型の超伝導超大型加速器 (Superconducting Super Collider, SSC) を建設が計画され，1989 年に建設が開始されたが，技術的困難とそれにより当初計画以上に経費が大幅に増大したため財政困難になり，1992 年に計画は中止された．

C. 電子・陽子衝突型加速器

ドイツのDESY研究所では，電子・陽子衝突型加速器HERAが建設され1991年に運転を開始した．これは，周囲6.3 kmのトンネル内に30 GeVの電子シンクロトロンと820 GeVの陽子シンクロトロンを上下に設置し，電子と陽子を逆向きに周回させ2箇所で交差させて衝突させるものである．SLACの20 GeV電子ビームを陽子固定標的に衝突させた場合（重心系エネルギー約6 GeV）に比べて約50倍の重心系エネルギー（約300 GeV）が得られ，深弾性散乱により陽子の構造をより高い倍率で調べることができる．このタイプの衝突型加速器は，HERAが唯一のものである．

D. 線型電子・陽電子衝突型加速器（リニアコライダー）

衝突型加速器では，蓄積したビームを周回させて何度も衝突させることのできる円形加速器が有利である．しかし，電子・陽電子は質量が小さいので，円軌道運動をすると光子を放射（シンクロトロン放射）してエネルギーを失う．その放射されるエネルギーは（エネルギーの4乗）/（軌道半径）に比例するので，高エネルギーになるほど急激に大きくなり，軌道半径を大きくしないとエネルギーを保持できなくなる．最高エネルギーのLEP加速器の周長が27 kmと巨大になっているのはそのためである．したがって，LEPより高いエネルギーの円形電子・陽電子衝突型加速器を建設するのはほぼ実現不可能と考えられている．

この問題を回避し，さらに高いエネルギーの電子・陽電子衝突型加速器を可能にする方法として，線型加速器を2台逆向きに直線上に並べて正面衝突させる方法が考えられた．この場合，加速されたビームは1回衝突したら捨てられるので効率的ではないが，衝突によるビームの不安定化を心配する必要がないので，衝突点でビームを非常に小さく絞ることにより効率を上げることができる．このような観点から，SLACの線型加速器を使って電子・陽電子衝突が試みられた．この場合は，電子と陽電子を1つの線型加速器で同時に約45 GeVに加速し，左右のアーク状の経路を通して正面衝突させた．1989年に衝突に成功し，電子・陽電子衝突で初めてZ^0粒子を生成した．その後，CERNでは前

述の LEP 加速器が運転を開始し，大量の Z^0 粒子を生成してより精密な測定が行われた．この SLAC の加速器は，将来の高エネルギーのリニアコライダーの試験加速器として重要な成功を収め，また，偏極したビームの衝突が可能であることも証明した．

現在，重心系エネルギーが 500 GeV から 1 TeV のリニアコライダーを国際協力により建設しようという計画がなされている（International Liner Collider, ILC と呼ばれている）．長さが約 11 km の線型加速器 2 台と衝突のための収束部などを含め，総長約 30 km の加速器施設が必要と考えられている．

E. ファクトリー加速器

以上にみてきたように，加速器はより高エネルギーでの衝突の実現を目指してきた．これは，今までに観測できなかったより質量の大きな粒子を生成・発見することが可能になり，またより高いエネルギースケールでの物理法則（すなわち，物質のより小さい階層）を調べることができるからである．

一方で，素粒子の物理法則を完全に理解するには素粒子の間の相互作用や対称性について詳細に測定し調べることが重要である．そのひとつの方法として，特定の粒子を大量に生成し，その粒子の崩壊現象などを詳細に調べる方法がある．この場合，目当てとする粒子を大量に生成するだけでなく，崩壊などを測定しやすい環境で生成することも重要な要素となってくる．そのため，目当てとする粒子に崩壊する共鳴粒子を大量に生成するように，エネルギーを共鳴粒子の質量に合わせた加速器が建設された．このような加速器は，特定の粒子を大量生産する工場に例えて「ファクトリー加速器」と呼ばれている．ファクトリー加速器の性能は，エネルギーの高さではなく，いかに大量の粒子を生成することができるかということになる．その性能を表す量として「ルミノシティ」が使われる．ルミノシティ ($\mathcal{L}$) は，

$$\text{粒子の単位時間あたりの生成数 [sec}^{-1}] = (\text{粒子の生成断面積 [cm}^2]) \times \mathcal{L}$$

で定義され，単位は $\mathrm{cm^{-2}sec^{-1}}$ である．

LEP 加速器は，最高エネルギーの電子・陽電子衝突型加速器でもあったが，一方で初期ではエネルギーを Z^0 粒子の質量に合わせて大量の Z^0 粒子を生成

し，その詳細な性質や崩壊現象を測定することを目標として建設されたので Z^0 ファクトリーでもあったともいえる．

最初のファクトリー加速器は，米国コーネル大学の電子・陽電子衝突型加速器 CESR であろう．この加速器は 1977 年に発見された $(b\bar{b})$ クォーク対よりなる Υ 粒子のエネルギー領域 (9–12 GeV) を目標に建設され，1979 年より運転を開始した．Υ 粒子の 3 番目の励起状態である $\Upsilon(4S)$ 粒子（質量 10.56 GeV）が b クォークを含む B 中間子対に崩壊することを発見し，そのエネルギーで B 中間子を大量に生成しその性質や崩壊現象を研究した（B ファクトリーと呼ばれる）[3)]．ルミノシティは，それまでの衝突型加速器より 10 倍以上も高い約 10^{33} $\mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{sec}^{-1}$ を達成した．

B 中間子の性質が詳しく調べられ，中性 B 中間子と反中性 B 中間子の混合が予想以上に大きいことが発見された．それにより B 中間子で大きな CP 対称性の破れが起こる可能性があり，その発見・測定により CP 対称性の破れのメカニズムが明らかになることが指摘された．しかし，従来のような 1 つのリングで電子と陽電子を同じエネルギーで衝突させる加速器では CP 対称性の破れを観測することができず，そのため 2 つのリングで異なるエネルギーで電子と陽電子を衝突させる非対称エネルギー電子・陽電子衝突型加速器という新しいアイデアが出された．

非対称 B ファクトリー加速器は，米国の SLAC 研究所（PEP-II，9 GeV 電子と 3.1 GeV 陽電子）と日本の KEK（KEKB，8 GeV 電子と 3.5 GeV 陽電子）で同時期に建設され，両方とも 1999 年より実験を開始し，2001 年に B 中間子における CP 対称性の破れを発見した．これらの加速器は CESR 加速器のさらに 10 倍のルミノシティ 10^{34} $\mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{sec}^{-1}$ を達成した．特に，KEKB 加速器の記録した 2.1×10^{34} $\mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{sec}^{-1}$ は現在までの衝突型加速器の最高ルミノシティを誇っている．さらに，KEK やイタリアのカビボ研究所では約 50 倍のルミノシティ 10^{36} $\mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{sec}^{-1}$ を目指すスーパー B ファクトリー加速器の計画が進んでいる．

---

3) 1974 年にドイツ DESY 研究所に重心系エネルギー 7 GeV で建設された電子・陽電子衝突型加速器 DORIS も 1978 年にエネルギーを $\Upsilon(4S)$ まで上げて実験を進めた．中性 B 中間子と反中性 B 中間子の混合を発見したのは DORIS 加速器の実験である．

表 2.1 世界各国の主な陽子加速器（シンクロトロン）

国	機関	加速器名称	エネルギー (GeV)	直径 (m)	完成年
米国	BNL	AGS	33	257	1960
米国	FNAL	Tevatron	400-800	2,000	1972
ロシア	ドゥブナ	シンクロファゾトロン	10	66	1957
ロシア	セルプコフ	PS	76	472	1967
スイス	CERN	CPS	28	200	1959
スイス	CERN	SPS	450	2,200	1976
日本	KEK	KEK-PS	12	108	1976
日本	KEK/JAEA	MR	30	500	2009

B ファクトリーの他にも，$(c\bar{c})$ クォーク対よりなる ψ 粒子のエネルギー領域（重心系エネルギー 3–4 GeV）のタウ・チャームファクトリーや $(s\bar{s})$ クォーク対よりなる ϕ 中間子 (1 GeV) の崩壊による K 中間子を研究する ϕ ファクトリー加速器などがある．

以上のように，素粒子実験と素粒子物理学はより高い衝突エネルギーを目指す「エネルギーフロンティア」加速器とより高いルミノシティを目指す「ルミノシティフロンティア」加速器により支えられて発展してきたといえる．これからは，素粒子の「標準模型」を超える新しい階層の物理法則の解明を目指して（第 5 章を参照のこと）研究が続けられるが，これまでのようにエネルギーフロンティアとルミノシティフロンティアの加速器が両輪となって発展していくことが期待される．表 2.1 および表 2.2 に世界の主要な加速器をまとめておく．また，図 2.6 に加速器のエネルギーとルミノシティの年次変遷を示す．

2.2 粒子検出器

素粒子実験では，測定装置により素粒子の生成および崩壊の過程を正確に記録し再現（再構成）できることが基本的な要求である．そのために必要な情報は，反応過程に含まれる粒子の種類，エネルギーと運動量（方向を含む），生成または崩壊点（場合によっては時間）である．

荷電粒子は物質中を通過するときには常に物質とイオン化や励起などの電磁相互作用をしながら進むので，その「痕跡」により様々な情報を得ることがで

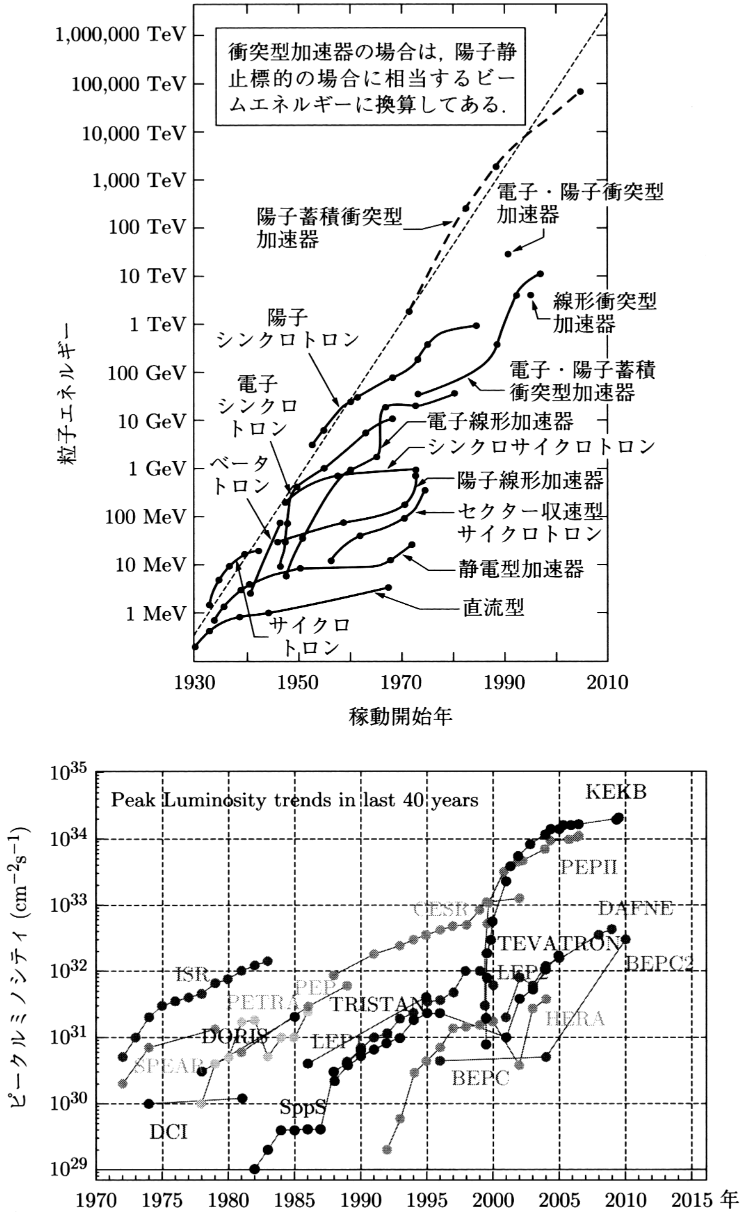


図 2.6 加速器のエネルギーおよびルミノシティの年次変化．衝突型加速器の場合は，固定標的に対するビームエネルギーに換算した値を表示している．

表 2.2 世界の主な衝突型加速器

国	機関	加速器名称	粒子	エネルギー (GeV)	平均直径 (m)	完成年 (終了年)
イタリア	LFN	ADONE	e^+e^-	1.5+1.5	33	1969 (1993)
米国	SLAC	SPEAR	e^+e^-	4.2+4.2	80	1972 (1990)
ドイツ	DESY	DORIS	e^+e^-	5.1+5.1	92	1974 (1992)
ドイツ	DESY	PETRA	e^+e^-	23+23	733	1978 (1986)
米国	コーネル大	CESR	e^+e^-	6+6	240	1979 (2008)
ロシア	BINP	VEPP-4	e^+e^-	3.1+3.1	117	1979
米国	SLAC	PEP	e^+e^-	14.5+14.5	700	1980 (1986)
日本	KEK	TRISTAN	e^+e^-	32+32	960	1986 (1994)
中国	IHEP	BEPC	e^+e^-	2.8+2.8	77	1988 (2008)
米国	SLAC	SLC	e^+e^-	50+50	-	1989 (1998)
スイス	CERN	LEP	e^+e^-	110+110	8,486	1989 (2000)
イタリア	LFN	DAFNE	e^+e^-	0.5+0.5	36	1998
米国	SLAC	PEP-II	e^+e^-	3.1+9	700	1999 (2008)
日本	KEK	KEKB	e^+e^-	3.5+8	960	1999 (2010)
中国	IHEP	BEPC II	e^+e^-	2.1+2.1	76	2008
ドイツ	DESY	HERA	e^-p	30+820	2,017	1990 (2007)
スイス	CERN	ISR	pp	28+28	300	1971 (1984)
スイス	CERN	S$\bar{p}$pS	$\bar{p}p$	315+315	2,200	1981 (1987)
米国	FNAL	Tevatron	$\bar{p}p$	980+980	2,000	1985 (2011)
米国	BNL	RHIC	Au/Cu	200+200/A	1,220	2000
スイス	CERN	LHC	pp (Pb)	4,000+4,000	8,486	2009

きる．一方，中性粒子はそのような電磁作用をしないので，粒子の種類に応じて測定装置の媒体と何らかの反応を起させて生成した荷電粒子の情報によりもとの中性粒子の情報を得る必要がある．

前章でみてきたように，素粒子観測の初期のころは荷電粒子の飛跡を目で見る（または写真に撮る）ことのできる霧箱，泡箱，原子核乾板が主役であった．霧箱は，1895 年頃にウィルソン (C. Wilson) が湿気を帯びた空気を膨張させて人工的に雲をつくる研究をしているときに，過飽和状態になった空気中に荷電粒子が水滴の飛跡を残すことを発見したことによる．これは，荷電粒子により気体中に生じたイオンを核として水滴が凝結することによる．その後，ウィルソンは 1911 年に飛跡を写真撮影することに成功し（霧箱の完成)，広く宇宙線の研究に使われるようになった．泡箱は，1952 年にグレーザー (D. Glaser) により発明されたもので，過飽和状態の気体の代わりに過熱状態の液体水素を使

うものである．この場合，荷電粒子が通過した飛跡に沿って水素が気化し泡となって観測される．原子核乾板は，乳剤（エマルジョン）の層を厚くし（200 μm 程度），小さな臭化銀粒子を用いて濃度を大きくした特殊な写真乾板である．荷電粒子が通過すると銀粒子が感光し，現像すると黒い銀粒子の飛跡が残る．

これらの検出器で観測される荷電粒子の性質は以下のように測定される．検出器は磁場の中に置かれ，荷電粒子の螺旋軌道の曲率により運動量が測定される（第0章6節）．飛跡の水滴，泡また黒い銀粒子の密度により粒子の質量が推定できる．これらは，1つの検出器で素粒子の必要な情報をほぼすべて得ることができる「万能」検出器である．

加速器の発達により，より高エネルギーで計数率の高い測定が必要になると，電磁相互作用により発生した「信号」を電気的な信号として検出し，さらに高速電気回路（エレクトロニクス）により数値化する方法が一般的となった．

このような電子計測検出器は，大雑把に2つのタイプのものがある．ひとつは，荷電粒子が通過したことにより発生した光を光検出器で電気信号に変えて粒子を測定するものである．もうひとつは，荷電粒子が物質中を通過するときに電離作用を起こし，発生した電子またはイオンによる電気信号を検出するものである．

2.2.1 光による検出機器

A. シンチレータ

ある種の物質では，荷電粒子が通過すると原子の中の電子が高いエネルギーに励起され，その後，基底状態に戻るときに光を放出するものがある．この光をシンチレーション光，光を出す物質をシンチレータと呼ぶ．シンチレータの光量はシンチレータ内での粒子のエネルギー損失量に比例する．シンチレータには，プラスチック，無機結晶，液体のものがある．

プラスチックシンチレータは，ポリビニルトルエンやポリスチレンのプラスチックの中に蛍光物質を少量混ぜたものである．プラスチックシンチレータは，エネルギー分解能では劣るが時間分解能がよいのが特徴である．加工がしやすく取り扱いやすいのでトリガーカウンターなどに広く使われている．トリガー

カウンターは粒子の通過を検知し，他の測定器のデータ収集を開始するための信号を出す装置である．シンチレータをファイバー状にして並べることにより，位置分解能を高めたものも使用されている．

無機結晶のシンチレータは，NaI，CsI 結晶などが代表的なものである．プラスチックシンチレータに比べて，比重が大きくエネルギー分解能がよいので，電子や光子が起こす電磁シャワーのエネルギーを測定する電磁カロリメータに使用されている（2.3 節参照）．

液体シンチレータは，トルエンやキシレンなどの有機溶媒中にジフェニルオキサゾール (PPO) などの有機シンチレータを溶解したものである．大容量のシンチレータに向いており，ニュートリノ検出器などに使用される．

B. チェレンコフカウンター

屈折率 n の物質中の光の速度は c/n となるが，粒子の速度 $c\beta$ が光の速度 c/n を超えた場合には，光を放出することを 1934 年にチェレンコフ (P. Cherenkov) が発見した（チェレンコフ光と呼ばれている）．これは，超音速で飛行中のジェット機が衝撃波を発するのと類似している（図 2.7）．チェレンコフ光は粒子の進行方向に対して円錐状に放出され，その角度は媒体の屈折率を n とすると

$$\cos\theta = 1/n\beta$$

であり，発光するための速度の閾値は $\beta > 1/n$ となる．

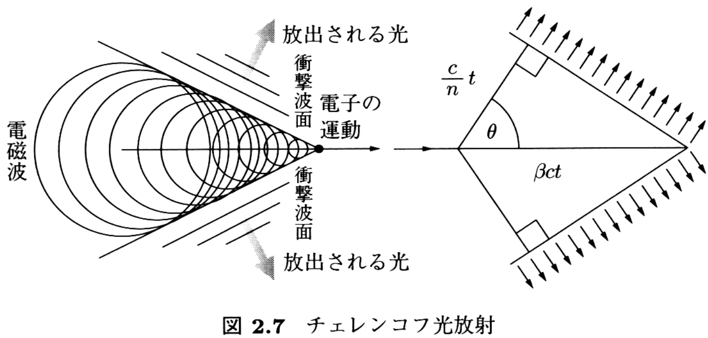


図 2.7 チェレンコフ光放射

同じ運動量の粒子でも質量により速度が異なるので，チェレンコフ光の検出により粒子の種類を識別することが可能である．チェレンコフカウンターには，チェレンコフ光の有無により識別する閾値型のものと，発光の角度を測定することにより識別するタイプのものがある．後者のほうがよい性能が得られるが，発光の角度を測定するためには工夫が必要であり様々な方法が使われている．発光の媒体としては，粒子の運動量領域に応じて必要な屈折率により気体 ($n < 1.001$)，液体 ($n = 1.1$–1.3)，固体 ($n = 1.4$–2.5) を使う．気体と液体の中間の屈折率をもつものとしてシリカエアロゲル ($n = 1.005$–1.05) が開発され使用されている．

C. 光検出器

上記の検出器より発生した微量な光を検出し電気信号に変えるのが光検出器であるが，基本的には光電効果により発生した電子を電気信号とする．

古くから最も広く使われているのは，光電子増倍管である．これは，真空管に入光窓を設け，内部の数段のダイノードと呼ばれる電極により光電子を増幅し，最終段の電極（アノード）より電気信号として取り出すものである（図 2.8(a)）．入光窓とアノードとの間に 1000–2500 V の電圧をかけ，各段のダイノードの間に 100 V 程度の電圧がかかるようにする．入光窓の光電面には，光電効果の量子効率をよくするためにアルカリ金属などが使用される．光電子は，電場により加速され初段のダイノードに衝突し数個の2次電子を生成し，それらの電子は次の段のダイノードに加速・衝突し逐次増幅される．増幅率は，10段で 10^6 程度となる．

ダイノードの形状は，ボックス型と呼ばれ，二列に向い合って並べられたものが一般的であるが，これは磁場中では磁場の影響で増幅率が落ちて使えない．そのため，網状のダイノードを並べ，電子が増倍管の軸方向に真っ直に加速・増幅されるもの（ファインメッシュ型）が開発された（図 2.8(b)）．この型のものは，1.5 テスラまでの磁場中でも使用可能である．入射窓の大きさは，直径 1 cm から 50 cm のものまで製作され実験に使用されている．

光電子増倍管と並んで使用されている光検出器は，フォトダイオードである．これは，入光窓を設けた pn 型，もしくは，pin 型半導体ダイオードであり

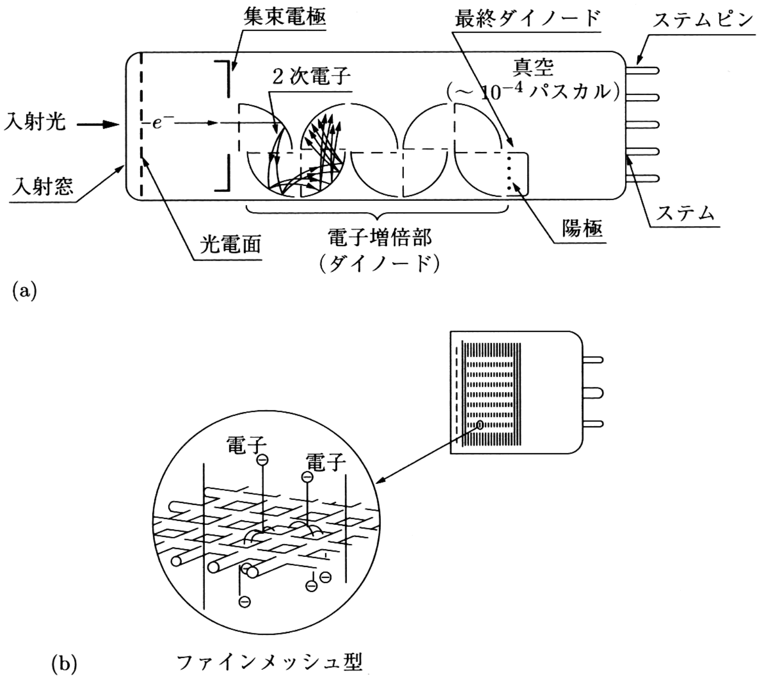


図 **2.8** 光電子増倍管，(a) 通常のボックス型，(b) ファインメッシュ型．

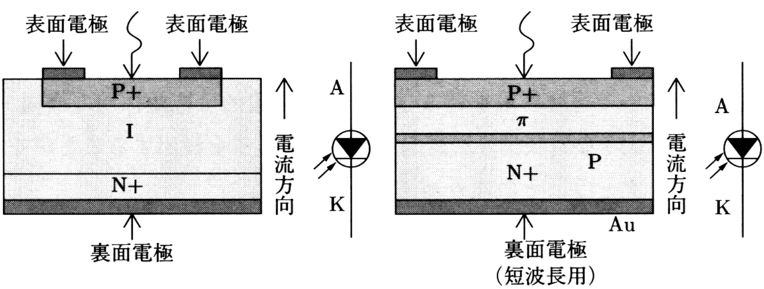


図 **2.9** pin フォトダイオードおよびアバランシェ・フォトダイオード

(図 2.9)，入射した光子による光電効果で生じた電子・正孔による電気信号を電子回路により増幅・整形して検出するものである．フォトダイオード内では，電子の増幅は行われないので，大きな光量の領域にわたって光量に比例した信

号が得られる．光電子増倍管に比べて，小型で値段も安く，量子効率も高い（約80%）．また，磁場中でも性能に変化なく使用できる．1つの検出器の面積はせいぜい $(1\text{–}2\,\mathrm{cm})^2$ 程度で，大きなものは製作が困難である．多素子化することにより，位置分解能を高めることができる．また，光電子増倍管に比べて応答時間が遅く時間分解能が悪い．

フォトダイオードに高い電圧をかけることにより，光電子が加速され半導体内で2次電子を弾き出し，増幅作用を起こさせより大きな信号を得ることができるアバランシェ・フォトダイオードが開発されている (図 2.9)．また，光電子増倍管の初段部と多素子のアバランシェ・フォトダイオードを組み合わせることで，大きな面積で高い位置分解能が得られる，ハイブリッド型のものも開発されている．

2.2.2 電離相互作用による検出器

荷電粒子による電離相互作用により発生した電子やイオンを電気信号として検出するものには，ガス検出器（気体），半導体検出器（個体），液体検出器がある．

A. ガス検出器

強い電場をかけたガス中では，電離相互作用により発生した電子が電場により加速されガス中で電離作用を起こし，なだれ現象的に電離作用の増幅が起こる．これにより大きな電気信号が誘起され，荷電粒子を検出することができる．ガイガーカウンターは，その最も初期のものである．

スパークチェンバーは，2枚の電極板の間をガスで満たし，粒子が通った直後に短い時間のみ高電圧をかける．この場合，電離増幅は荷電粒子の飛跡の近傍のみに限られるので，粒子の通った位置が分かる．「スパーク」は光って目でみることができるので，スパークチェンバーを数枚重ねることにより，粒子の飛跡をみることができる．高電圧のパルスは，シンチレーションカウンターによって粒子を検出した信号によりかける．スパークの位置は，チェンバーに取り付けられた遅延線（伝播速度の比較的遅い電気信号用伝播線）に誘起された

電気信号の両端での時間差を測定するなどの方法により，デジタルデータとして記録することができる．これにより，1 m^2 以上の面積をもつチェンバーで，1 mm 程度の精度で粒子の位置を測定することが可能となった．

位置測定器としてのガスチェンバーの画期的な発展は，シャルパック (G. Charpak) による比例計数モードによる多線チェンバーの実現による．ガス中に細いワイヤーを張り電圧をかけると，ワイヤーから r 離れた位置での電場の強さは $1/r$ に比例する．したがって，ワイヤー近傍に限られた領域で非常に強い電場が得られる．ワイヤーにかける電圧を調整することにより，電離増幅は，ワイヤーの近傍のみで局所的に起こり，電気信号の大きさは粒子による電離損失量に比例するようにできる（比例計数管，図 2.10(a)）．

シャルパックは，平板のガスチェンバーに多数のワイヤーを 1 ～ 数 mm の間隔で張り電圧を調整すると，粒子の飛跡の最近傍のワイヤーのみに信号が出ることを実現した（図 2.10(b),(c)）．これによりスパークチェンバーよりも早い計数レートで 1 mm 程度の精度で位置を測定することができるようになった．必要な電圧は，スパークチェンバーの 10 kV に比べて 1.5–3 kV 程度ですみ，常に電圧をかけておくことができるので高電圧の操作は簡単になった．

さらに，ワイヤー間隔を 1 ～ 数 cm に広げて，粒子の通った位置からワイヤーまでの電子の移動時間を測定することにより，100–200 μm の精度で位置を測定できるドリフトチェンバーが開発され，今日のガス飛跡検出器の主流となった．ガスは，希ガスであるアルゴンを主体とし，二酸化炭素やメタン・エタンを混合したものが一般に使われている．ガスによる多重散乱の影響を小さくするために，ヘリウムのような軽いガスを使うこともある．

B. 半導体検出器

半導体検出器は，pn 接合の半導体に逆バイアス電圧をかけて空乏層を大きくし，荷電粒子が通ってできた電子と正孔による電気信号を電気回路により増幅・整形し測定するものである．放射性元素などの放射線の検出器としてよく使われているものは直径 5–15 mm，厚さ 5–10 mm 程度のもので，エネルギー分解能がすぐれている．

素粒子実験では，高精度の位置測定検出器として，シリコンストリップ検出

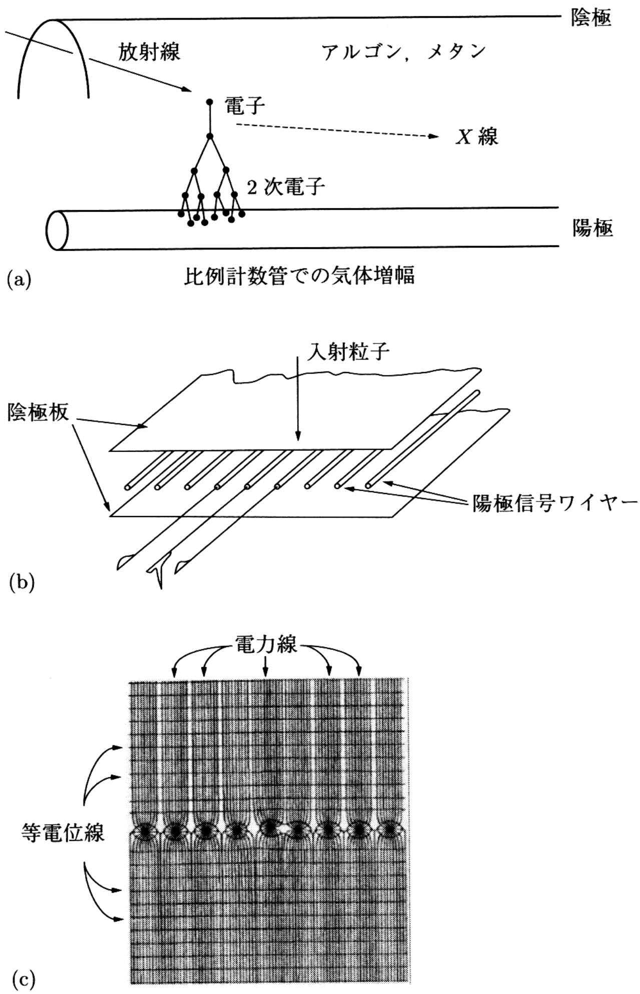


図 2.10　(a) 比例計数管における電子なだれ．電子は陽極ワイヤーの近傍の強い電場の領域で増幅され電子なだれを起こす．(b) 多線チェンバーの構造の概念図．電子なだれの起きたワイヤーには，負の信号が出る．隣のワイヤーには小さな正の信号が出る．(c) 多線チェンバーにおける電力線と等電位線．電子は，電力線に沿って陽極ワイヤーに引き寄せられるので，粒子の通った近傍のワイヤーのみに信号が出ることがわかる．縦向きの線は電力線，横向きおよび丸い線は等電位線を示す．

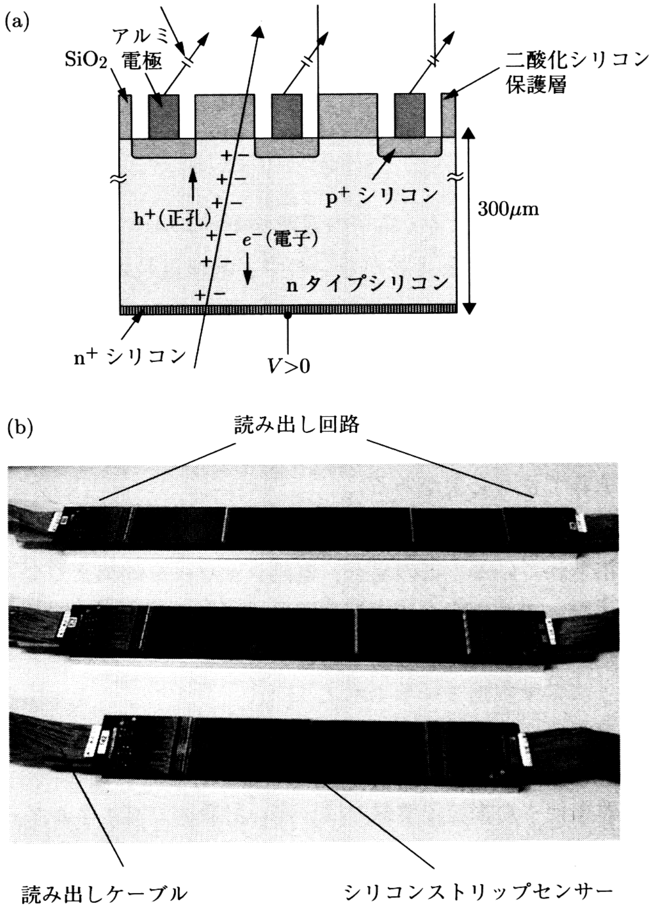


図 2.11 (a) シリコンストリップ検出器の概念図. (b) シリコンストリップ検出器の写真. 中央部がシリコンストリップセンサー板, 両側に読み出し集積回路があり, 読み出しケーブルで信号を取り出す.

器 (Silicon Strip Detector, SSD) が使用されている. これは, 薄い板状のシリコン半導体検出器の電極を幅の細いストリップ (数十 μm から数百 μm 間隔) にして, それぞれのストリップからの信号を読み出すものである (図 2.11). 荷電粒子の電子・正孔による信号は数個のストリップに誘起されるので, 信号の分布の重心の位置をとることにより数 μm の位置分解能を得ることができる.

1 枚の検出器の大きさは最大で幅 6 cm，長さ 15 cm 程である．両面の電極を互いに垂直方向のストリップにして，2 次元的に位置測定ができる両面シリコンストリップ検出器 (Double-sided SSD, DSSD) も開発されている．

C. 液体電離検出器

液体の希ガスは，比重が大きく電子の電離効率がよいので電離密度が大きく，また電子の移動速度が気体と大差がないので，電離信号の計測に適している．液体では，検出器の形状を自由にすることができ，また電離信号を読み出す電極を自由に配置することができる長所がある．液体アルゴン (Ar) がよく使われるが，より比重の大きいクリプトン (Kr) やキセノン (Xe) が使われる例もある．これらの液体希ガスの融点は，摂氏 −190 度から −112 度なので，極低温機器の容器に入れて使う必要がある．

素粒子実験では，電磁シャワーのエネルギーの測定（電磁カロリメータ，後述）によく使用されている．この場合，電磁シャワーを効率よく発達させるために，鉛などの高密度の物質を使うが，電離信号の読み出しの電極板としても使えるので，細かい分割などが容易である．

2.3 粒子測定装置

今日の加速器を使った素粒子実験では，高い計数率で高エネルギーの複雑な素粒子反応現象を精度よく測定し再構成する必要がある．現在のところ，1 つの検出器ですべての必要な情報を充分な精度で測定できる「万能」検出器はないので，それぞれの機能に特化した検出器を組み合わせることにより，全体として 1 つの測定装置を構成することになる．

2.3.1 測定機能と検出器

表 2.3 に機能とよく使われる検出器を示す．荷電粒子の運動量は，磁場により曲げられた粒子の飛跡を測定することにより，方向も含めて求めることができる（第 0 章 6 節参照）．飛跡の測定には，多層のドリフトチェンバーやシリコンストリップ検出器がよく用いられる．粒子の崩壊点を測定するためには，崩

表 2.3 測定器の機能とよく使われる検出器

機能	検出器
飛跡測定 (運動量)	多線比例計数チェンバー，多線ドリフトチェンバー ジェットチェンバー (JC)，Time Projection チェンバー (TPC) シリコンストリップ検出器，シンチレーション・ファイバー
崩壊点，生成点	シリコンストリップ検出器，ピクセル検出器
電磁カロリメータ	シンチレータ結晶：NaI，CsI，BGO など チェレンコフ：鉛ガラス サンプリング型：鉛板とプラスチックシンチレータ，液体アルゴン
ハドロンカロリメータ	鉄板またはタングステン板とプラスチックシンチレータ
ミュー粒子検出	鉄の吸収体とプラスチックシンチレータ，多線チェンバー，RPC
電子識別	電磁カロリメータと飛跡測定
ハドロン識別	飛行時間測定：プラスチックシンチレータ エネルギー損失測定：多層ドリフトチェンバー，JC，TPC チェレンコフ光：エアロゲル，DIRC，TOP，RICH

壊点の近くで飛跡を精度よく測定する必要があるので，シリコンストリップ検出器が用いられる．

高エネルギーの光子は，密度の高い物質中で電子・陽電子対生成と制動輻射を繰り返して発達する電磁シャワーを起こすので，電磁シャワーの位置とエネルギーを測定することにより，方向とエネルギーを測定することができる（電磁カロリメータと呼ばれている）．検出器自体の密度が高く電磁シャワーの生成体となるもの（全吸収型カロリメータ）に，CsI や BGO 結晶などの無機シンチレータや，酸化鉛 (PbO) を含有する鉛ガラスを使ったチェレンコフカウンターなどがある．一方で，鉛などの高密度の物質（電磁シャワーの生成体）と検出器をサンドイッチ状にした測定器（サンプリング型カロリメータ）も使用されている．この場合，検出器としてプラスチックシンチレータ，ガス電離検出器，液体希ガス電離検出器などが使用される．同様に，ハドロン粒子も物質との相互作用によりハドロン生成を繰り返し，ハドロンシャワーを起こす．生成体として鉄を使ったサンプリング型カロリメータは，高エネルギーのハドロンのエネルギー測定に使用されている（ハドロンカロリメータ）．ハドロンシャワーの生成体には，単位長さあたりのハドロン相互作用の断面積の大きなものが適しているので，鉄が使われることが多い．

測定器で測定する荷電粒子には，電子，ミュー粒子，パイ中間子，K 中間子，

陽子の 5 種類があるが，これらを識別する必要がある．電子は，光子と同様に高密度の物質中で電磁シャワーを起こすので電磁カロリメータの信号により識別できる．ミュー粒子は，他の荷電粒子と異なり，物質と反応せずに貫通するので，鉄などの吸収体の後方に荷電粒子検出器を置いて検出する．パイ中間子，K 中間子，陽子は，強い相互作用を行うハドロン粒子であり性質が似ているので，これらを識別するには工夫が必要である（ハドロン粒子識別と呼ぶ）．これらの粒子は，質量が異なるので質量を測定することにより識別できる．荷電粒子は，磁場中の飛跡測定により運動量が測定できるので，速度 (β) または速度に依存する量を測定することにより質量の情報を得ることができる．以下のようにいくつかの方法が使われている．

- **飛行時間測定** 速度を測定する最も直接的な方法は，一定の距離を飛行するのに要する時間を測ることである．時間分解能のよいプラスチックシンチレータがよく使われており，典型的な時間分解能は約 100 ps である．飛行距離 1.2 m では，約 1.2 GeV/c の運動量まで 3σ 以上の有意性でパイ中間子と K 中間子の分別ができる．高い運動量では粒子の速度はほとんど光速になるので飛行時間測定では困難となる．
- **エネルギー損失測定** 荷電粒子の電離作用によるエネルギー損失は，ベーテ–ブロッホ (Bethe–Bloch) の公式で表され，粒子の速度 β（と $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$）の関数となる．

$$-\frac{dE}{dx} = Dz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \qquad (2.2)$$

ここで，$D = 0.3071\,\mathrm{MeV{\cdot}cm^2/g}$，$Z$, A, I は吸収物質の原子番号と質量数，および平均電離化エネルギーである．z は粒子の荷電数，m_e は電子の質量，δ は $\beta\gamma$ に依存する密度効果の補正項である．$T_{\max}$ は 1 回の衝突での電子の最大の運動エネルギーである．したがって，同じ運動量でも粒子の種類によりエネルギー損失が異なるので，粒子の識別が可能となる．多層の比例計数モードのガスチェンバーを使うことが多い．一層でのエネルギー損失はランダウ分布と呼ばれる分布をし，揺らぎが大きいので，多くの層の測定の平均をとることにより精度を上げる．50 層の測定では，エネルギー損失が約 6％の

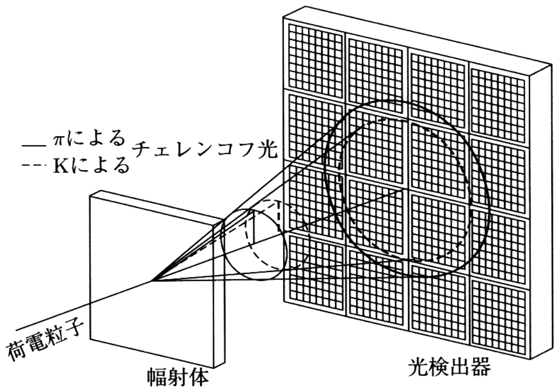


図 2.12 チェレンコフ光測定器の例

精度で測定でき，0.8 GeV/c 以下でパイ中間子と K 中間子の分離が 3σ 以上で可能である．

- **チェレンコフ光測定** チェレンコフカウンターの節で述べたが，チェレンコフ光の閾値や発光角度は β の関数となるので，これらの測定により粒子の種類の識別が可能である．発光媒体の屈折率を選ぶことにより運動量領域が数百 MeV/c から 100 GeV/c 以上で識別が可能である（ただし，1 つの測定器では領域は限られている）．発光角度の測定には色々な方法が考え出されている．高い運動量領域では，屈折率の小さい気体媒体が使用されるので，球面鏡によって同じ角度の光を光検出器面で同心円上に収束する方法が一般的である．屈折率が充分大きくて発光媒体が薄い場合は，ある程度距離をおいて設置した光検出器で位置を測定することにより角度を求める．これらは，光による信号の位置が一定半径の円を描くので Ring Imaging Cherenkov カウンター (RICH) と呼ばれる（図 2.12）．他にも，クォーツ板内で放射されたチェレンコフ光を測定する方法（DIRC や TOP と名付けられているが説明は割愛する）など様々な工夫をこらした測定器がある．

2.3.2 実験に応じた測定装置

素粒子実験で，どのような検出器をどのように配置するかは，実験の目的と

加速器などにより多種多様である．

固定標的実験の場合は，衝突反応により生成された粒子の大部分が標的からビーム進行方向に沿った領域に出るので，その領域を測定器でカバーするのが一般的である．2 極電磁石の前後に荷電粒子の飛跡検出器（多層の平面多線比例計数チェンバーやドリフトチェンバーなど）を配置し，荷電粒子の運動量を測定する（スペクトロメータと呼ばれる）．下流には，電磁カロリメータを配置し電磁シャワーのエネルギーと位置を測定することが多い．これにより光子のエネルギーと方向を測定したり，荷電粒子の飛跡と組み合わせ電子の識別を行うことができる．

中性パイ中間子は，$\pi^0 \to \gamma\gamma$ 崩壊による 2 個の光子を測定して検出する．ミュー粒子の識別が必要な場合は，その下流に鉄などの吸収体を置き（ミュー粒子のみが通過する），その後方に荷電粒子検出器を設置する．中性子などの中性ハドロンを含むハドロンのエネルギーを測定するために電磁カロリメータの直後にハドロンカロリメータを設置することがある．この場合，ハドロンカロリメータは，電子やミュー粒子の識別の強化にも寄与する．固定標的実験では，ハドロン粒子識別用測定器をもたない実験が多いが，低い運動量領域ではシンチレーションカウンターによる飛行時間測定，高い運動量領域では閾値型または放射角測定型の気体チェレンコフカウンターを用いて，ハドロン粒子の識別を行う実験もある．

電子・陽電子または陽子・(反) 陽子衝突型加速器では，衝突反応により生成された粒子は，衝突点より四方に散らばって出るので，実験装置は衝突点のまわりの全立体角をできるだけ多くカバーするように設計されるのが一般的である．特定の反応のみに特化せず，衝突で起きたどのような反応でも測定できるように設計された「汎用測定器」が多い．例として，図 2.13 に KEK 電子・陽電子衝突型 B ファクトリー加速器での Belle 測定器を示す．ビーム軸のまわりに円筒形の構造をもった中央部（バレル部）と円錐状の前後方をカバーする端部（エンドキャップ部）よりなる．磁場は，ソレノイド電磁石によりビーム軸方向にかけられるものが多い．この場合，荷電粒子の飛跡はビーム軸に垂直な平面への射影が円となる螺旋軌道を描く．

衝突点の最も近くには，崩壊点の測定のためにシリコンストリップ検出器な

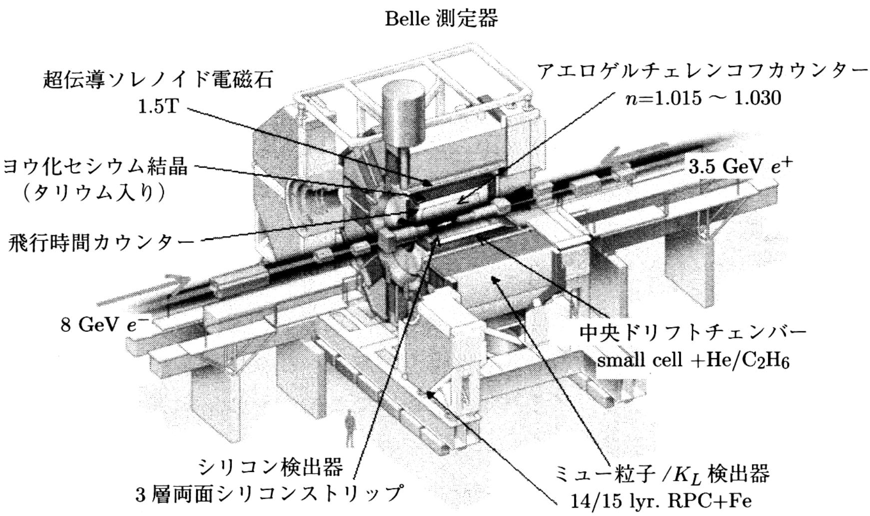


図 2.13 Belle 測定器の概略図．

どが用いられる．その外側には，荷電粒子の飛跡検出器が置かれる．多層の円筒状にワイヤーを張ったガスドリフトチェンバーを用いることが多い．光子のエネルギー・方向の測定と電子識別のための電磁カロリメータは，飛跡検出器の外側に置かれる．「ファクトリー」の測定器では，光子のエネルギー・方向をできるだけ精密に効率よく測定する必要があるので，ソレノイド電磁石コイルの内側に，光量の多い CsI 結晶シンチレータをフォトダイオードで読み出すものが多い．高エネルギーの加速器の場合はソレノイド電磁石コイルの外側に光電子増倍管読み出しの鉛ガラスチェレンコフカウンターやサンプリング型の電磁カロリメータを使うことが多い．

コイルの外側には，ソレノイド電磁石の磁場漏れを防ぐための鉄のリターンヨークを置くが，ミュー粒子検出のための吸収材としても働く．ミュー粒子検出の性能を上げるために，リターンヨークを数層にして荷電粒子検出器を間に置くことが多い．鉄の厚さを薄くし層数を増やすと，ハドロンシャワーにより K_L^0 などの中性ハドロンの検出も可能となる．ハドロン粒子識別検出器は，飛跡検出器と電磁カロリメータの間に置くことになる．Belle 測定器では，シン

チレーションカウンターによる飛行時間検出器とシリカエアロゲルチェレンコフ検出器を使用している．また，ドリフトチェンバーの電離エネルギー損失測定の情報も合わせて使っている．衝突型加速器のエネルギーが高くなるほど，測定器も大きくなる傾向にあり LHC 加速器の ATLAS 測定器の高さは約 22 m（ほぼ 5 階建ビルと同じ）でビーム軸方向の長さは 43 m である．

上記の測定器では，ニュートリノは検出されない．ただし，他の粒子の測定の情報から，「欠損エネルギー」や「欠損運動量」として間接的に検出することができる．ニュートリノを直接検出するには，検出器内でのニュートリノの反応を検出することにより行う．ニュートリノは弱い相互作用しかせず物質との反応断面積が小さいので，検出器は大きな物質量をもち検出効率のよいものでなければならない．加速器によるニュートリノの最初の検出および中性カレントによるニュートリノ反応は，泡箱により検出された．その後のニュートリノ検出器は，2 つのタイプのものがある．ひとつは，ニュートリノの深非弾性散乱などで用いられたもので，鉄板とプラスチックシンチレータや液体シンチレータを用いたハドロンカロリメータと平面多線ガスチェンバーを交互に数層に並べた測定器である．荷電ニュートリノ反応により生成されたミュー粒子の運動量は，磁場を使ったスペクトロメータにより測定された．もうひとつは，宇宙線中のニュートリノやニュートリノ振動の測定などに用いられている測定器で，水（または重水）や液体シンチレータを満たした大容量のタンクの表面全体に多数の光電子増倍管を配置したものである．検出器内でのニュートリノ反応により生成した荷電粒子が発生するチェレンコフ光またはシンチレーション光による光電子増倍管における信号のパターンによって反応を再構成するものである．各々の光電子増倍管の信号の大きさと検出時間の情報を駆使することにより，反応の位置，発生粒子のエネルギーと方向，種類などを求めることができる．荷電粒子だけではなく，光子や中性パイ中間子 ($\pi^0 \to \gamma\gamma$) も検出器内で電子・陽電子対生成を起こすので検出することができる．

上に述べたものは，典型的な例であり，それらとは異なる実験の目的に特化した測定器もたくさんつくられ，実験に使用されている．

第3章
素粒子物理の理論的枠組み

われわれが存在している世界，または宇宙はなぜこうなのか？　物理学はこの疑問に答えるための道具を与える．物理学が扱う物理現象には，例えば銀河団の形成から陽子，中性子の運動に至るまで様々な（大きさの）スケールがあり，それらは階層を成している．物理法則は普遍だが，それぞれの階層において主役たる自由度が異なるため，各階層で起こる物理現象を記述する手法も自ずと階層ごとに異なる．素粒子物理学が対象とするのは，分子や原子よりもさらに小さいミクロな物理現象であり，その目的は物質を構成する究極の最小単位とそれらの間に働く力の構造を明らかにすることである．

これまでの観測に基づいて宇宙の歴史を遡ってゆくと，宇宙は非常に小さい領域から始まったと考えられているが，ある時点より昔，すなわちある大きさよりも小さかった頃の宇宙の状態を知るにはやはり素粒子物理学が不可欠となる．宇宙の大規模構造の種はこの時期に形成されたと考えられているため，素粒子物理学は宇宙で最も大きな構造と最も小さな構造を結びつける鍵なのである．

現在の素粒子の標準模型は，相対論的場の量子論（以下，場の理論）の枠組みで定式化されており，それに基づいて計算された様々な物理量は，これまでに行われた素粒子実験の結果のほとんどを精度よく再現している[1)]．さらに，これまでに発見されている粒子のいくつかについては，実験で見つかる以前に場の理論に基づいてその存在と性質が予言されていた．これらのことは場の理論と標準模型の正しさを物語っている[2)]．本章では場の理論の要点を，素粒子標準模型を理解する目的に絞って概説する．このため様々な概念や式は証明なしで

---

1) これまでに行われた様々な素粒子実験や理論のレビューについては，http://ccwww.kek.jp/pdg/ で自由にみることができる．

2) 標準模型における未解決の問題については第5章参照．

導入されるが，できる限り簡単な例を挙げて直観的理解に供することに努めた．

3.1　場の量子論の導入

質点系の古典力学では，質点の座標や運動量を各時刻に確定した値をもつ力学変数として扱い，質点に働く力を指定することにより力学変数の時間変化は曖昧さなく決まった．量子力学では，物理量は演算子として扱われる．例えば，座標表示の波動力学では，ある時刻の粒子の位置を $x_i(t)$ $(i = 1, 2, 3)$ とすると，運動量 $p_i(t)$ は微分演算子 $-i\hbar\partial/\partial x_i$ と表現される．より一般には，互いに共役な物理量 A と B（今の例では x_i と p_i）の間に正準交換関係

$$[A, B] = AB - BA = i\hbar \tag{3.1}$$

を設定する．このことは，同じ状態の粒子を多数用意し測定を繰り返すと測定値は必ずばらつき，そのばらつき具合 Δx, Δp の積には有限な下限があるという不確定性関係 $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ が導かれる．量子力学では，粒子の運動は原理的に取り除くことのできない不定性をもち，予言できるのは確率のみとなる．

「場」の概念は古典電磁気学において「電場」や「磁場」としてすでに登場している．このとき，場とは空間上の各点である値をとる，座標に依存する関数であった．場の理論では粒子は「場」で表される．量子力学のとき同様，場とそれに共役な場の間に正準交換関係を課すことにより，場は量子化される．ここで重要なのは，場が記述する粒子のスピンによって課される条件が異なる点である．具体的には，スピンが偶数の場（ボゾン場）に対しては，それに共役な場 $\pi(t, \vec{y})$ との間に同時刻正準交換関係

$$[\phi(t, \vec{x}), \pi(t, \vec{y})] = \phi(t, \vec{x})\pi(t, \vec{y}) - \pi(t, \vec{y})\phi(t, \vec{x}) = i\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \tag{3.2}$$

を課し，スピンが半整数の場（フェルミオン場）の場合は反交換関係

$$\{\phi(t, \vec{x}), \pi(t, \vec{y})\} = \phi(t, \vec{x})\pi(t, \vec{y}) + \pi(t, \vec{y})\phi(t, \vec{x}) = i\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \tag{3.3}$$

を課す．

古典力学で質点の運動を議論するには，質点に働く力（と初期条件）を指定

しなければならなかった．同様に，場の理論ではまず議論の出発点となる「作用」を指定する．作用は，登場する「物質（または粒子)」と「力（または相互作用)」により指定される．各物質に対応する場を導入するとともに，それらの間に働く力もまた場として導入される．これに最小作用の原理（3.2 節参照）を適用すると，それぞれの場が満たすべき「運動方程式」が導かれる．

実際の物理系がある対称性をもつ場合，作用もそれに応じた対称性をもつ．したがって，作用はローレンツ不変性など，満たしてほしい様々な対称性を保つように構成される．正しい作用は実験と比較しながら発見法的に見い出していくものなので，この様々な「対称性」は正しい作用を探す際の重要な指導原理となる．

3.2 最小作用の原理

場の理論では,「場」が満たす方程式（運動方程式）は「作用」から導かれるものという位置付けであり，作用をすべての出発点と考える．本節では，運動方程式を導く最小作用の原理について簡単に復習する．

量子論における議論の多くは古典論からの類推を出発点とするが，最小作用の原理もその一例である．したがって，以下は古典論での説明である．例として 1 つの実スカラー場 ϕ からなる理論を考える．作用 S は ϕ と $\partial_\mu \phi$ の汎関数[3]であるラグランジアン $\mathcal{L}$ の時空間に渉る積分

$$S = \int d^4x \, \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) \tag{3.4}$$

として与えられる．4 次元時空上のすべての点で場 $\phi(x)$ の値を指定することは，場が記述する粒子の運動を指定することに対応する（ただし，以下に述べる運動方程式をこの指定された場が満たさない場合，実際には実現しない運動となる）．

各点での場 $\phi(x)$ はすべての可能な値をとり得るものとする．したがって，作用 S がとり得る値にも無限通りの可能性がある．最小作用の原理によると，この無限通りの可能性の中で，作用 S を最小にするような場の配位（つまりは粒

[3] 引数が関数である関数のこと．

子の運動）が選ばれ，実際の運動として実現される．このとき作用は極値をとるので，その実現される配位は

$$\begin{aligned}\delta S &= \int dx^4 \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi}\delta\phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)}\delta(\partial_\mu \phi) \right\} \\ &= \int dx^4 \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi}\delta\phi - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right)\delta\phi + \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)}\delta\phi \right) \right\} \\ &= 0\end{aligned}$$

を満たす．ここで $\delta\phi$ は極値をとる配位からの変化分とした．$\delta\phi$ は任意だが，無限遠方では十分早く 0 になることを仮定すると，第 3 項が落ちて，オイラー-ラグランジュ (Euler-Lagrange) 方程式

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \tag{3.5}$$

が導かれる．これが場が満たすべき運動方程式である．

ここで，古典論と量子論の違いについて作用の観点からみてみる．量子化には，場に正準交換関係を課して量子化する正準量子化の方法のほかに，それと同等な経路積分量子化の方法がある[4)]．古典論と量子論の違いは後者の方法を採用するとみやすいので，まず経路積分量子化を簡単に説明する．

2 つの時刻 $x_1^0 \sim -\infty$ と $x_2^0 \sim +\infty$ で $\phi(x_i^0, \vec{x})$，$\partial_\mu\phi(x_i^0, \vec{x})$ を固定し，それらを状態 $|\phi(x_1^0)\rangle$ と $|\phi(x_2^0)\rangle$ と表す．経路積分量子化では $|\phi(x_1^0)\rangle$ から $|\phi(x_2^0)\rangle$ へ遷移する確率振幅は，

$$\langle \phi(x_2^0) | \phi(x_1^0) \rangle \sim \int \mathcal{D}\phi \; e^{iS/\hbar} \tag{3.6}$$

となる．以下で $\hbar$ は重要な役割を果たすので明示した．積分の測度 $\mathcal{D}\phi$ は

$$\mathcal{D}\phi = \prod_x d\phi(x) \tag{3.7}$$

を意味し，時空上のすべての点の場の値を独立な積分変数とみなし積分することを意味する．作用に入っている $\phi(x)$ はあらゆる可能な値をとると上で述べ

4) 経路積分のよい解説書として，例えば，『経路積分法—量子力学から場の理論へ（物理学叢書）』，M.S. スワンソン著，青山秀明，和田信也，川村浩之訳（吉岡書店，1996/09）がある．

たが，この積分を実行することにより，これを考慮したことになる．

古典論では作用が最小になる $\phi(x)$ の配位のみが積分に寄与する．これは，ちょうど $\hbar \to 0$ の極限に対応している．指数が純虚数なので分かりにくいが，$S/\hbar$ が大きい値をとるような配位付近では，$e^{iS/\hbar}$ は激しく振動するため，その近傍での和は正味 0 となる．したがって，$\hbar \to 0$ の極限では，S が最も緩やかに変化する領域，つまり作用の極値付近からの寄与のみが効くことになり，最小作用の原理を再現する．実際には $\hbar$ は有限なので，古典解以外の配位も式 (3.6) に 0 でない寄与をし，系の時間発展は様々な配位の重ね合わせとして与えられる．この結果生じる $\hbar \to 0$ の極限との差が量子効果と解釈される．

3.3 場と粒子

3.3.1 1 次元調和振動子の復習

「場」について直観的な説明をするために，まず 1 次元調和振動子の復習をする．質量 m の質点がバネ係数 k のバネに繋がれて振動しているとき，その系のハミルトニアンは，振動数を $\omega = \sqrt{k/m}$，質点の位置を x，運動量を p とすると

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \tag{3.8}$$

で与えられる．この系を量子力学で扱うため，x と p の間に正準交換関係

$$[x, p] = i \tag{3.9}$$

を設定する．ここで，新たな変数 a, $a^\dagger$ を導入し，

$$x = \sqrt{\frac{1}{2m\omega}}(a + a^\dagger), \quad p = -i\sqrt{\frac{m\omega}{2}}(a - a^\dagger) \tag{3.10}$$

であるとすると，ハミルトニアンは，

$$H = \omega\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) \tag{3.11}$$

と変形され，式 (3.9) から

$$[a, a^\dagger] = 1 \tag{3.12}$$

が導かれる．励起を消す演算子（消滅演算子）を a とし，

$$a|0\rangle = 0 \tag{3.13}$$

を満たす状態 $|0\rangle$ を励起が全くない状態（基底状態）と呼ぶことにする．式 (3.12) から

$$aa^\dagger|0\rangle = (a^\dagger a + 1)|0\rangle = 1|0\rangle \tag{3.14}$$

となることから，$a^\dagger$ は 1 つの励起を生成する生成演算子と解釈することができる．繰り返し生成演算子 $a^\dagger$ を状態に作用させていくことにより，いくらでも高い励起状態をつくることができる．消滅演算子 a を n 番目の励起状態に作用すると，$n-1$ 番目の励起状態になることが示せる．

ハミルトニアン (3.11) を n 番目の励起状態 $|n\rangle = (a^\dagger)^n|0\rangle$ に作用すると

$$H|n\rangle = \omega\left(n + \frac{1}{2}\right)|n\rangle \tag{3.15}$$

を得る．第 2 項の $\omega/2$ は，零点エネルギーと呼ばれ，励起の有無に関係なく常に存在し，観測することができないものなので以下では無視することにする．すると，ハミルトニアンの固有値は，励起 1 つあたりのエネルギーに励起の数 n を掛けたものになっており，期待どおり系全体のエネルギーを与えている．式 (3.11) との比較から，演算子 $a^\dagger a$ は励起を数える数演算子と解釈できる．

3.3.2 自由スカラー場

1 次元調和振動子の例を踏まえたうえで，粒子を記述する場をみてみる．場はそれが記述する粒子のスピンに応じて異なる方程式に従う．まずは，最も簡単なスピン 0 のスカラー粒子を記述するスカラー場をみてみる．質量 m の相互作用をしない 1 種類のスカラー粒子は実スカラー場 $\phi(x)$ として表され，その作用は

$$S_{\text{scalar}} = \int d^4x\, \mathcal{L}_{\text{scalar}} \tag{3.16}$$

$$\mathcal{L}_{\text{scalar}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi(x))(\partial^\mu \phi(x)) - \frac{1}{2}m^2\phi(x)^2 \tag{3.17}$$

で与えられる．最小作用の原理（3.2 節参照）から自由スカラー場の運動方程式であるクライン-ゴルドン (Klein-Gordon) 方程式

$$\left(\partial_\mu \partial^\mu + m^2\right)\phi(x) = 0 \tag{3.18}$$

が導かれる．ここで，量子力学で用いられる

$$i\partial^0 \leftrightarrow E, \quad -i\partial^i \leftrightarrow p^i \tag{3.19}$$

の対応を思い出すと，式 (3.18) は相対論的な運動をする粒子のエネルギーの式を $E^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2$ を内包していることが分かる．

実際代入してみると分かるように，この方程式の解は

$$\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\sqrt{\frac{1}{2E_{\vec{p}}}}\left(a_{\vec{p}}\, e^{-ip\cdot x} + a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{ip\cdot x}\right) \tag{3.20}$$

と書くことができる．ここで $p\cdot x = E_{\vec{p}}t - \vec{p}\cdot\vec{x}$ であり $E_{\vec{p}} = p^0 = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2}$ は，質量 m で運動量 $\vec{p}$ の粒子のエネルギーである．この解はいろいろなモード（運動量）の重ね合わせとして書かれている．各モードの係数である $a_{\vec{p}}$ と $a^\dagger_{\vec{p}}$ は，それぞれ運動量 $\vec{p}$ の粒子を消滅する，または生成する演算子とみなせることを以下でみる．これを認めると，1 次元調和振動子のときには 1 種類の励起しかなかったが，今の場合，$\vec{p}$ ごとに独立な無限種類の励起があることになる．

さて，式 (3.20) に現れた $a^\dagger_{\vec{p}}$, $a_{\vec{p}}$ が生成・消滅演算子とみなせることを示そう．スカラー場の量子化は，場 $\phi(x)$ とそれに共役な場 $\pi(x) = \partial\mathcal{L}/\partial\dot{\phi}(x) = \partial^0\phi(x)$ の間に正準交換関係

$$[\phi(t,\vec{x}), \pi(t,\vec{y})] = i\delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{y}) \tag{3.21}$$

を課すことにより実現される．この式に先の解 (3.20) を代入すると，

$$[a_{\vec{p}}, a^\dagger_{\vec{q}}] = (2\pi)^3\delta^{(3)}(\vec{p}-\vec{q}) \tag{3.22}$$

が導かれる．自由スカラー場のハミルトニアンは，

$$H = \int d^3x \left(\pi(x)\dot{\phi}(x) - \mathcal{L}_{\text{scalar}}\right) \tag{3.23}$$

で与えられるが，これを $a_{\vec{p}}$, $a^\dagger_{\vec{p}}$ で書き直し，式 (3.22) を使うと，

$$H = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_{\vec{p}} \left(a^\dagger_{\vec{p}} a_{\vec{p}} + \frac{1}{2}(2\pi)^3 \delta^{(3)}(0)\right) \tag{3.24}$$

を得る．これは，1 次元調和振動子のハミルトニアン (3.11) によく似た形をしている．式 (3.24) の第 2 項は再び零点エネルギーと解釈し無視する．第 1 項では，運動量 $\vec{p}$ をもつスカラー粒子の数にその粒子 1 個あたりのエネルギーを掛け，それをすべての $\vec{p}$ にわたって足し上げている．これは状態の全エネルギーであり，ハミルトニアンの物理的解釈と一致するので，方程式の解 (3.20) を生成・消滅演算子を用いて表したことが正当化される．式 (3.22) の交換関係はボーズ統計に対応している．

量子力学における波動関数は 1 粒子の状態を座標表示した確率振幅の波であり，その絶対値の 2 乗はその粒子の位置に関する確率分布を与える．したがって，場の理論における演算子である場と量子力学における波動関数とは違うものである．では，両者の関係はどうなっているのだろうか？ 運動量 $\vec{p}$ の 1 粒子固有状態を

$$|\vec{p}\rangle = \sqrt{2p_0}\, a^\dagger_{\vec{p}}|0\rangle \tag{3.25}$$

とし，$\langle 0|\phi(x)|\vec{p}\rangle$ という量を計算すると，

$$\begin{aligned}
\langle 0|\phi(x)|\vec{p}\rangle &= \langle 0| \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}'}}} \left(a_{\vec{p}'} e^{-ip'\cdot x} + a^\dagger_{\vec{p}'} e^{+ip'\cdot x}\right) \sqrt{2E_{\vec{p}}}\, a^\dagger_{\vec{p}}|0\rangle \\
&= \langle 0| \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \sqrt{\frac{2E_{\vec{p}}}{2E_{\vec{p}'}}} e^{-ip'\cdot x} [a_{\vec{p}'}, a^\dagger_{\vec{p}}]|0\rangle \\
&= \langle 0| \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} e^{-ip'\cdot x} (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}' - \vec{p})|0\rangle \\
&= e^{-ip\cdot x} = \phi_{\text{qm}}(x)
\end{aligned} \tag{3.26}$$

となり，同じ状態を量子力学で座標表示したもの（この場合，平面波）と一致する．また，場 $\phi(x)$ が式 (3.18) を満たすので，量子力学の波動関数 $\phi_{\text{qm}}(x)$ も

同じ方程式を満たす．すべての物質は波動性と粒子性の両方の側面をもつが，$e^{\pm ip\cdot x}$ の因子が波動性を，生成・消滅演算子が粒子性を担っていると解釈することができる．

3.3.3 自由フェルミオン場

次にスピン 1/2 のフェルミオンを表現するフェルミオン場を導入する．まずは，相対論的な運動をするフェルミオンが満たすべき運動方程式を探すことから始める．量子力学では，質量 m の非相対論的運動をする相互作用をしないフェルミオンの波動関数は，シュレディンガー (Schrödinger) 方程式

$$\left(i\partial^0 + \frac{\partial^i\partial^i}{2m}\right)\psi_{\mathrm{qm,nr}}(x) = 0 \tag{3.27}$$

を満たすことが知られている．スピンアップとダウンの自由度に対応して，$\psi_{\mathrm{qm,nr}}(x)$ は 2 成分のスピノルとなる．再び式 (3.19) の対応関係を代入すると，式 (3.27) の括弧内は非相対論的な運動エネルギーと運動量の関係式 $E_{\mathrm{nr}} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m}$ となっている．したがって，相対論的なフェルミオンを記述する方程式では，$E = \sqrt{m^2 + \vec{p}^{\,2}}$ を暗示するものになることが予想される．前節の（2 階微分を含む）クライン-ゴルドン方程式 (3.18) はその候補であり，実際フェルミオンの波動関数はこれを満たす．しかしながら，仮にこれが運動方程式であるとすると，$\partial^\mu\partial_\mu + m^2$ がスピンの添字に対して対角的になっていることから，座標系を回転したり，ブーストしても異なるスピン成分が混ざらないことになり，観測と一致しない．このため，運動方程式としては不満足であることが分かる．そこで，$E^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2$ と無矛盾な線形微分方程式を探すことにする．

まず定数のパラメータ β と α_i を導入し，線形微分方程式の形を

$$i\partial^0\psi_{\mathrm{qm}}(x) = \left(i\alpha_i\partial^i + \beta m\right)\psi_{\mathrm{qm}}(x) \tag{3.28}$$

と仮定する．次に $E^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2$ との整合性をもたせるために，式 (3.28) から

$$\left(i\partial^0\right)^2\psi_{\mathrm{qm}}(x) = \left(-\partial^i\partial^i + m^2\right)\psi_{\mathrm{qm}}(x) \tag{3.29}$$

が導かれることを要請する．すると，β と α_i が満たすべき条件

$$\begin{cases} \alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 2\delta_{ij} \\ \alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0 \\ \alpha_i^2 = \beta^2 = 1 \end{cases} \tag{3.30}$$

が得られる．β, α_i が数だとこれらの条件を満たすことはできないが，行列であれば満たすことができる．結果として，相対論的な運動をするフェルミオンの波動方程式，ディラック (Dirac) 方程式

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\,\psi_{\rm qm}(x) = 0 \tag{3.31}$$

が得られる．γ^μ は 4×4 の行列でガンマ行列と呼ばれる．その具体的な表式は一意ではないが，よく使われるディラック表示では

$$\gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} 1_2 & 0 \\ 0 & 1_2 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \beta\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \tag{3.32}$$

となる．1_2 は 2×2 の単位行列のことであり，2×2 行列の σ^i はパウリ (Pauli) 行列と呼ばれ，第 0 章の式 (48) で与えられる．ワイル (Weyl) 表示

$$\gamma^0 = \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1_2 \\ 1_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \beta\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \tag{3.33}$$

もディラック表示同様よく使われる表示である．導出は省略するが，質量 m が空間運動量 $\vec{p}$ より十分大きいとき，ディラック方程式は非相対論的な運動方程式 (3.27) に帰着する．

ところで，このディラック方程式を導く過程は重要な情報を含んでいる．β, α は少なくとも 4×4 かそれより大きい行列でなければ条件 (3.30) を満たすことができない．したがって，波動関数 $\psi_{\rm qm}(x)$ は少なくとも 4 成分のスピノルでなければならない．このうち 2 成分は，粒子のスピンアップとダウンの自由度に対応すると想像できるが，残りの 2 成分は何を表しているのであろうか？詳しくみてみると，残り 2 つの解は（存在してほしくない）負エネルギー解に対応することが分かる．しかしながら，ディラックはこの解を「正エネルギー」をもつ「反粒子」と解釈できることに気づいた．「反粒子」とは，粒子と同じ質

量，同じスピンの大きさをもつが，（電荷などの）量子数が反対の粒子のことである．つまり，シュレディンガー方程式を相対論的に拡張すると，必然的に反粒子の存在が要請されるのである．第1章でふれたように，反粒子の存在は実験で確認されている．前節の実スカラー場の場合，自分自身が反粒子となっている．

量子力学におけるディラック方程式を，場の理論におけるフェルミオン場が満たすべき方程式であるとして，フェルミオン場を量子化してみる．ディラック方程式 (3.31) を導く作用は，

$$S_{\text{fermion}} = \int d^4x\, \mathcal{L}_{\text{fermion}} \tag{3.34}$$

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} = \bar{\psi}(x)\,(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\,\psi(x) \tag{3.35}$$

であり，これから ψ に共役な場が $i\psi^\dagger$ であることが分かる．スカラー場の例にならい，自由フェルミオン場をモード展開し，各モードの係数に生成・消滅演算子を付すと，フェルミオン場は

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sqrt{\frac{1}{2p_0}} \sum_{s=\pm} \left(b_{s,\vec{p}}\, u(p,s) e^{-ip\cdot x} + d^\dagger_{s,\vec{p}}\, v(p,s) e^{ip\cdot x} \right) \tag{3.36}$$

$$\bar{\psi}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sqrt{\frac{1}{2p_0}} \sum_{s=\pm} \left(d_{s,\vec{p}}\, \bar{v}(p,s) e^{-ip\cdot x} + b^\dagger_{s,\vec{p}}\, \bar{u}(p,s) e^{ip\cdot x} \right) \tag{3.37}$$

と展開される．$u(p,s)$, $v(p,s)$ はスピン s，運動量 p の 4 成分スピノルを表し，ディラック方程式 (3.31) に上記のモード展開を代入すると

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)u(p,s) = 0, \quad (\gamma^\mu p_\mu + m)v(p,s) = 0 \tag{3.38}$$

が導かれる．$b^\dagger_{s,\vec{p}}$, $b_{s,\vec{p}}$ はスピン s，運動量 $\vec{p}$ のフェルミオンの生成，消滅演算子であり，$d^\dagger_{s,\vec{p}}$, $d_{s,\vec{p}}$ は反粒子の生成，消滅演算子である．

前節 (3.24) のようにハミルトニアンの固有値が全エネルギーを与えることを要請すると，正準交換関係ではうまくいかず，同時刻反交換関係[5)]

$$\{\psi_\alpha(t,\vec{x}),\ \psi^\dagger_\beta(t,\vec{y})\} = \delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{y})\delta_{\alpha,\beta} \tag{3.39}$$

[5)] ここで α, β はスピノルの添字．

$$\{\psi_\alpha(t,\vec{x}),\ \psi_\beta(t,\vec{y})\} = \{\psi^\dagger_\alpha(t,\vec{x}),\ \psi^\dagger_\beta(t,\vec{y})\} = 0 \tag{3.40}$$

または，これと等価な

$$\{b^r_{\vec{p}},\ b^{s\,\dagger}_{\vec{q}}\} = \{d^r_{\vec{p}},\ d^{s\,\dagger}_{\vec{q}}\} = (2\pi)^3\delta^{(3)}(\vec{p}-\vec{q})\delta^{rs} \tag{3.41}$$

$$\{b^r_{\vec{p}},\ b^s_{\vec{q}}\} = \{b^{r\,\dagger}_{\vec{p}},\ b^{s\,\dagger}_{\vec{q}}\} = \{d^r_{\vec{p}},\ d^s_{\vec{q}}\} = \{d^{r\,\dagger}_{\vec{p}},\ d^{s\,\dagger}_{\vec{q}}\} = 0 \tag{3.42}$$

を課さなければならないことが分かる．これからパウリの排他律（またはフェルミ-ディラック (Fermi-Dirac) 統計）

$$b^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ b^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ |0\rangle = -b^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ b^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ |0\rangle = 0 \tag{3.43}$$

$$d^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ d^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ |0\rangle = -d^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ d^{s\,\dagger}_{\vec{p}}\ |0\rangle = 0 \tag{3.44}$$

が導かれる．

フェルミオン系にもやはり零点エネルギーが現れるが，ボゾン系のそれと反対符号で現れる．したがって，ボゾンの数とフェルミオンの数をうまく調節することにより，零点エネルギーを相殺することが可能となる．これは理論に超対称性（5.3 節参照）を課すと自動的に実現される．零点エネルギーの存在は，場の理論の枠内で重力まで含めて考えようとすると無視できない問題となるため，超対称性があることがより自然であるという考えもある．

標準模型では，すべてのフェルミオンはもとは質量をもっていなかったと考える（4.3 節参照）．ディラック方程式を導いた上の議論において，質量を 0 としてもう一度見直してみると，（β は不要なので）α_i が満たすべき条件が導かれる．それによると，α_i として 2×2 のパウリ行列 σ^i をとればこの条件を満たせることが分かる．つまり，質量 0 のフェルミオンは 2 成分スピノルとして記述できるのである．

この物理的意味を考えるために，まずカイラリティについて説明をする．以下では簡単のためワイル表示を使うが，物理的帰結は表示には依らない．まず，ガンマ行列を使って

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} -1_2 & 0 \\ 0 & 1_2 \end{pmatrix} \tag{3.45}$$

を定義する．この行列の固有値は $\lambda_5 = +1$ または -1 であり，任意の 4 成分ベクトルは行列

$$P_{L/R} = \frac{1 \mp \gamma^5}{2} \tag{3.46}$$

$$\gamma_5 P_{L/R} = \mp P_{L/R},\ P_L + P_R = 1,\ P_L P_R = P_R P_L = 0 \tag{3.47}$$

により γ_5 の固有ベクトルに射影することができる．$P_{L/R}$ をカイラル射影演算子と呼ぶ．フェルミオン場は 4 成分の列ベクトルとみなせるが，カイラル射影演算子をフェルミオン場に施したものを

$$\psi_L(x) = P_L\psi(x),\quad \psi_R(x) = P_R\psi(x) \tag{3.48}$$

と定義し，$\lambda_5 = +1$ であるフェルミオン場 ψ_R をカイラリティが右巻きの場，$\lambda_5 = -1$ であるフェルミオン場 ψ_L をカイラリティが左巻きの場と呼ぶことにする[6)]．$m = 0$ としてラグランジアン (3.35) を $\psi_{L,R}$ で書き直すと，

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} = \bar{\psi}_L(x) i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L(x) + \bar{\psi}_R(x) i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R(x) \tag{3.49}$$

となり，$\psi_L(x)$ と $\psi_R(x)$ は分離し，独立な自由度とみなすことができる．$\psi_{L/R}(x)$ は 4 成分で書かれているが，物理的な自由度としては 2 成分ずつしかない．例えば，ワイル表示で P_L (P_R) を書いた場合，射影後 4 成分のうち下（上）2 成分は 0 になる．ワイル表示で 0 にならない 2 成分 $\psi_L^{(2)}(x)$ と $\psi_R^{(2)}(x)$ はワイルフェルミオンと呼ばれ，ワイル方程式

$$i\left(\partial_0 - \vec{\sigma}\cdot\nabla\right)\psi_L^{(2)}(x) = 0 \tag{3.50}$$

$$i\left(\partial_0 + \vec{\sigma}\cdot\nabla\right)\psi_R^{(2)}(x) = 0 \tag{3.51}$$

を満たす．したがって，質量がある 4 成分の 1 つのフェルミオン場は，もともと独立であった 2 つのワイルフェルミオンが質量項を通じて結合してできているとみることができる．

次に，カイラリティとローレンツ変換の関係について述べる．ローレンツ変

---

6) この名前の由来はすぐ後に述べる．

換のもとでフェルミオン場は

$$\psi \to \exp\left(-\frac{i}{2}\omega_{\mu\nu}S^{\mu\nu}\right)\psi \tag{3.52}$$

の変換をする．ここで $\omega_{\mu\nu}$ はローレンツ変換の具体的な内容を指定するパラメータであり，$S^{\mu\nu} = \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ である．$S^{\mu\nu}$ にワイル表示を代入すると

$$S^{0i} = \frac{i}{2}\begin{pmatrix} -\sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix}, \quad S^{ij} = \frac{1}{2}\epsilon^{ijk}\begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix} \tag{3.53}$$

$(i, j = 1, 2, 3)$ となり，2×2 のブロックを 1 つの行列要素とみると対角化されていることが分かる．ワイル表示では $\psi_{L,R}$ は上または下 2 成分しかもたなかったことを思い出すと，質量 0 のとき ψ_L と ψ_R はローレンツ変換のもとで互いに混ざらないことが分かる．したがって，仮に理論が ψ_L しか含まなかったとしても，ローレンツ不変な作用を構成することができるのである．

質量が 0 のときの射影された場 ψ_L, ψ_R の物理的意味について考えてみる．質量が 0 なので，静止系というものはなく，粒子は常に光速で飛んでいる．フェルミオンのスピンをその空間運動量の方向へ射影したものをヘリシティと呼ぶ．粒子のヘリシティを測る演算子は

$$H = \frac{1}{2}\hat{p}_i\begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix} \tag{3.54}$$

で与えられる[7)]．$H = +1/2\ (-1/2)$ であればスピンと運動量は同じ（逆の）方向を向いており，粒子は運動方向に向かって「右巻き」(「左巻き」) に回転しながら飛んでいることになる．今，空間運動量 $\vec{p} = (0, 0, p_3)$ をもつ質量 0 の粒子があったとすると，式 (3.38) から，スピノルは

$$p_3(\gamma^0 - \gamma^3)P_{L/R}u(p, s) = 0 \tag{3.55}$$

を満たす．$H = \frac{1}{2}\gamma^5\gamma^0\gamma^3$ と書けることと式 (3.55) を使うと，

---

7) 導出は省略するが，この演算子はハミルトニアンと交換する，つまり保存量であることを示すことができる．また，反粒子のヘリシティを測る演算子は $\bar{H} = -H$ となる．

$$HP_R u(p,s) = +\frac{1}{2}P_R u^s(p), \quad HP_L u(p,s) = -\frac{1}{2}P_L u^s(p) \tag{3.56}$$

となる．これより，ψ_R (ψ_L) はヘリシティ演算子の $H = +1/2$ $(-1/2)$ の固有状態であり，そのスピンの回転方向は運動方向に向かって右巻き（左巻き）になっていることになる（これが「右巻き/左巻き」の由来と思われる）．質量が 0 のとき，カイラリティの固有状態とヘリシティの固有状態は一致し，それらはブースト不変，かつ，保存量となる．反粒子の場合は符号が逆転するので，注意が必要である（図 3.1 参照）．

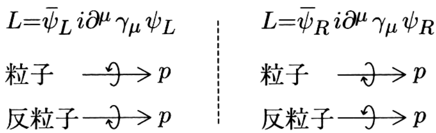


図 3.1 ψ_L と ψ_R が記述する自由度．

3.3.4 自由ベクトル場

ベクトル場とはスピン 1 の粒子に対応する場であり，場は A_μ のようにローレンツベクトルの添字を 1 つもつ．次章で紹介する標準模型ではゲージ場が重要な役割を果たすが，このゲージ場はベクトル場である．ゲージ場として最も身近なものは光である．以下では光子場を例にとり，ゲージ場の量子化について紹介する．ゲージ場の量子化は複雑なため，以下では詳細に立ち入らず，その概略を紹介するに留める．

古典電磁気学では，電場 $(E^i(x))$・磁場 $(B^i(x))$ という「場」が既に導入されていた．ここで，やはり場であるスカラーポテンシャル $(\phi(x))$ と 3 元ベクトルポテンシャル $(A^i(x))$ を組み合わせて 4 元ベクトルポテンシャル

$$A^\mu(x) = (\phi(x), A^i(x)) \tag{3.57}$$

を定義する．さらにこれを使って 2 階の反対称テンソル

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x) \tag{3.58}$$

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \tag{3.59}$$

を導入すると[8]，電場・磁場は

$$E^i(x) = -F^{0i} \tag{3.60}$$

$$B^i(x) = -\tilde{F}^{0i} \tag{3.61}$$

と書くことができ，A^μ を用いて統一的に記述できる．4 元ベクトルポテンシャル $A^\mu(x)$ をゲージ場と呼び，電場や磁場ではなくこのゲージ場を理論の基本的な自由度として扱う．

真空中のマックスウェル方程式[9]

$$\partial^i E^i = 0 \tag{3.62}$$

$$\epsilon^{ijk}\partial^j B^k = \partial^0 E^i \tag{3.63}$$

$$\partial^i B^i = 0 \tag{3.64}$$

$$\epsilon^{ijk}\partial^j E^k = -\partial^0 B^i \tag{3.65}$$

を眺めると，電場と磁場とそれらの空間運動量 ($\sim \partial^i$) は互いに直交していることが分かる．$F^{\mu\nu}$ を使うと，マックスウェル方程式はまとめて

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0, \quad \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0 \tag{3.66}$$

と書ける．このうち式 (3.64) と式 (3.65) に対応する第 2 式は，式 (3.58) の定義から明らかなため，以降では非自明な第 1 式に着目する．第 1 式をゲージ場 A_μ を使って書き下すと，ゲージ場が満たすべき運動方程式[10]

$$\Box A^\mu - \partial^\mu \partial_\nu A^\nu = 0 \tag{3.67}$$

が導かれる．運動方程式 (3.67) を導くゲージ場のラグランジアンは，

---

8) $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ はレビ–チビタ (Levi-Civita) の反対称テンソルで，$\epsilon^{0123} = 1$．

9) ヘビサイド (Heavidide) 単位系で $c = 1$ とした．

10) $\Box \equiv \partial_\mu \partial^\mu$ である．

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \tag{3.68}$$

で与えられる．仮にゲージ場に質量があるとすると，スカラー場の類推から $m_A^2 A^2(x)$ に比例する質量項をラグランジアンに加えればよいように思うが，質量項は次にみるゲージ不変性を破ってしまうため，ゲージ不変な作用では禁止される．

電場, 磁場が与えられてもベクトルポテンシャルは一意に決まらない．例えば,

$$A^\mu(x) \to A^\mu(x) + \partial^\mu \chi(x) \tag{3.69}$$

のようにゲージ場をずらしても，$F^{\mu\nu}$ は不変なので，電場，磁場も不変となる．式 (3.69) の変換をゲージ変換と呼び，そのもとでの不変性をゲージ不変性と呼ぶ．これに関係して，ゲージ場 A^μ は 4 つの自由度をもつが，光には 2 つの横偏極の自由度しかない．このため，このままではラグランジアンに物理的な自由度のみならず，非物理的な自由度も存在することになる．以下では，ゲージ場の量子化を進めつつ，この問題がどのように解決されるかをみてみる．

量子化の手続きとして，前節に倣い，ゲージ場 A^μ とこれに共役な場

$$\pi^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 A_\mu)} = -F^{0\mu} = -(\partial^0 A^\mu - \partial^\mu A^0)$$

の間に同時刻交換関係

$$[A^\mu(\vec{x},t),\ \pi^\nu(\vec{y},t)] = ig^{\mu\nu}\delta(\vec{x}-\vec{y}) \tag{3.70}$$

を置くことから始める．しかしながら，この場合 $\pi^0 = 0$ となり，うまくいかないことがすぐに分かる．そこで，古典電磁気学からの類推によりゲージを固定することを考える．ゲージ変換しても物理現象は変わらないことを利用して，自由にとれる $\chi(x)$ をうまく調節することにより, $A^\mu(x)$ に関するある特別な関係式が常に成り立つようにする．この「$A(x)$ に関するある特別な関係式」はある程度自由に選ぶことができるが，ローレンツ共変性が明白なローレンツゲージ

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \tag{3.71}$$

を採用して話を進める．ここで, 式 (3.71) を演算子 A^μ が常に満たす関係式とす

ると条件が強すぎてうまくいかないことを以下でみる．ゲージ固定条件 (3.71) を運動方程式 (3.67) に代入すると

$$\Box A^\mu = 0 \tag{3.72}$$

となる．これを導くラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}(\partial_\mu A^\mu)^2 \tag{3.73}$$

で与えられる．このラグランジアンから A^μ に共役な場 π^μ を改めて計算すると，

$$\begin{aligned}\pi^\mu &= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0 A_\mu)} = -F^{0\mu} - g^{0\mu}(\partial_\nu A^\nu)\\ &= -(\partial^0 A^\mu - \partial^\mu A^0) - g^{0\mu}(\partial_\nu A^\nu)\end{aligned} \tag{3.74}$$

となり，先に問題となった A^0 に共役な場は

$$\pi^0 = -\partial_\mu A^\mu \tag{3.75}$$

となる．ところが，右辺はゲージ固定条件 (3.71) そのものであるため，同時刻交換関係 (3.70) と明らかに矛盾する．つまり，式 (3.71) を演算子 A^μ が常に満たす関係式として捉えるとうまくいかないのである．

以下では，式 (3.71) を演算子 A^μ に対する恒等式として課すことはせず，式 (3.71) に「似た」条件を課すことにより無矛盾に量子化できること（グプタ-ブロイラー (Gupta-Bleuler) 形式）をみてみる．前節のスカラー場に倣い，ゲージ場をモード展開すると，

$$A^\mu(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\sqrt{\frac{1}{2E_{\vec{p}}}}\sum_{\lambda=0}^{3}\left(\epsilon^\mu_\lambda(\vec{p})\,a_{\vec{p},\lambda}e^{-ip\cdot x} + \epsilon^{*\mu}_\lambda(\vec{p})\,a^\dagger_{\vec{p},\lambda}e^{ip\cdot x}\right) \tag{3.76}$$

を得る．$E_{\vec{p}} = p^0 = |\vec{p}|$ は，質量 0，運動量 $\vec{p}$ の粒子のエネルギーである．$\epsilon^\mu_\lambda(\vec{p})$ はゲージ場のスピンの情報をもっている 4 元偏極ベクトルである．今，光子の運動量を $p_\mu = (|p|, 0, 0, p)$ とし，それに応じて偏極ベクトルを

$$\epsilon^\mu_0(\vec{p}) = (1, 0, 0, 0) \tag{3.77}$$

$$\epsilon_1^\mu(\vec{p}) = (0, 1, 0, 0) \tag{3.78}$$

$$\epsilon_2^\mu(\vec{p}) = (0, 0, 1, 0) \tag{3.79}$$

$$\epsilon_3^\mu(\vec{p}) = \left(0, 0, 0, \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}\right) \tag{3.80}$$

とおく．ここで，物理的 (physical) な光子の偏極ベクトルは

$$p \cdot \epsilon_{\lambda_{\text{physical}}}(\vec{p}) = 0 \tag{3.81}$$

を満たす．つまり，$\epsilon_{1,2}^\mu$ がこれに対応する．同時刻交換関係 (3.70) にモード展開の式を代入すると，生成・消滅演算子 $a_{\vec{p},\lambda}^\dagger$，$a_{\vec{p},\lambda}$ が満たす交換関係

$$[a_{\vec{p},\lambda}, a_{\vec{p}',\lambda'}^\dagger] = -g^{\lambda\lambda'}\delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \tag{3.82}$$

が得られる．ここで注意すべきは右辺の符号である．

$$g^{\lambda\lambda'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3.83}$$

なので，$\lambda = \lambda' = 0$ のとき通常の交換関係とは右辺の符号が逆になっている．$\lambda = 0$ の光子が 1 つある状態のノルム[11]を計算してみると，

$$\langle \lambda = 0 | \lambda = 0 \rangle = \langle 0 | a(\vec{p}, \lambda = 0) a^\dagger(\vec{p}', \lambda = 0) | 0 \rangle = -\delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \tag{3.84}$$

となり負になる．これにより，ϵ_0^μ の方向に偏極した光子があればあるだけエネルギーが低い，という物理的に受け入れ難い状況が生じてしまうため問題である．

この困難は，古典電磁気でのゲージ固定条件 $\partial_\mu A^\mu = 0$ に似ているが，少し弱い条件

$$\partial_\mu A_{(+)}^\mu |\text{Phys.}\rangle = 0 \tag{3.85}$$

11) 状態は線形空間の中のベクトルとみなすことができるが，ノルムとはそのベクトルの内積に対応し，正であることが期待される量．

を課すことにより回避される．ここで，$A^\mu_{(+)}$ は A^μ の正振動部分（消滅演算子の項）を意味する．また，$|\mathrm{Phys.}\rangle$ は物理的な状態を意味する．具体的に式 (3.76) の第 1 項を代入してみると

$$\begin{aligned}&\partial_\mu A^\mu_{(+)}(x)|\mathrm{Phys.}\rangle\\&=\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\sqrt{\frac{1}{2E_{\vec{p}}}}\sum_\lambda(-i)p\cdot\epsilon(\vec{p},\lambda)a_{\vec{p},\lambda}e^{-ip\cdot x}|\mathrm{Phys.}\rangle\\&=0\end{aligned}\tag{3.86}$$

を得るが，物理的な光子の偏極ベクトルは式 (3.81) を満たす横波なので，もともと 4 つの値にわたってとっていた λ の和は，非物理的 (unphysical) な λ のみにわたる和に置き換わる．余計な因子を落とし，式 (3.80) を用いると，最終的に課される条件

$$(a_{\vec{p},0}-a_{\vec{p},3})|\mathrm{Phys.}\rangle=0\tag{3.87}$$

が導かれる．この条件は，物理的な状態のエネルギーや様々な物理量の期待値の計算において，4 つの自由度のうち非物理的な 2 つの自由度からの寄与が常に相殺することを保証する．

3.4　対称性と保存則

物理現象の理解において対称性は重要な役割を果たす．実際の物理系で実現されている対称性は，作用がもつ対称性に反映される．正しい作用はあらかじめ分からないので実験データとの比較により試行錯誤を経て決めていくしかないため，対称性は正しい作用を探す際の指導原理となる．以下では，作用における対称性の具体例とその物理的な意味について，離散的対称性，連続的な対称性の順にみてみる．

3.4.1　離散的対称性

離散的対称性には，空間反転（P 変換），荷電共役変換（C 変換），時間反転

(T 変換) の下での対称性があり，それぞれ以下のように要約される．

- 空間反転対称性：ある物理過程に対し，それを鏡に移した現象も同じ確率で起こること．
- 荷電共役対称性：ある物理過程に対し，それに参加した粒子の電荷の符号を逆にした現象も同じ確率で起こること．
- 時間反転対称性：ある物理過程に対し，時間を逆向きに進めた現象も同じ確率で起こること．

次章で述べるように，標準模型は C, P, T 各々の変換のもとで不変ではない．一般にラグランジアンが局所的でエルミートで，かつ，ローレンツ不変であるとき，この3つの変換を同時に施すと (CPT 変換)，ラグランジアンの詳細に依らず，作用が不変になることが知られている (CPT 定理)．これから，例えばラグランジアンが CP 対称性を破っている場合は，必ず T 対称性も破れていることになる．

3.4.2 連続的対称性

次に，連続的な対称性をみてみる．ある連続的な変換のもとで作用が不変なとき運動方程式も不変になる．このとき保存カレントの存在が導かれる．これはネーター (Noether) の定理として知られている．連続的な対称性は，2つのタイプに分類される．1つめは時空の対称性が関係するものであり，2つめは内部対称性である．それぞれの具体例を以下に紹介する．

時空の対称性が関係する代表的なものは，並進，回転対称性である．並進対称性は，もとの座標系から定数ベクトル a^μ だけシフトした新しい座標系に移っても作用が変わらない，つまり運動方程式が不変であることを要請する．この座標系のシフトにより，場は

$$\phi(x) \to \phi(x+a) = \phi(x) + \delta\phi(x) = \phi(x) + a^\mu(\partial_\mu\phi(x)) \tag{3.88}$$

$$\begin{aligned} \partial_\nu\phi(x) \to \partial_\nu\phi(x+a) &= \partial_\nu\phi(x) + \delta(\partial_\nu\phi(x)) \\ &= \partial_\nu\phi(x) + a^\mu(\partial_\mu\partial_\nu\phi(x)) \end{aligned} \tag{3.89}$$

だけ変化する．このとき，ラグランジアンの変化分は

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}\delta\phi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)}\delta(\partial_\nu\phi) \tag{3.90}$$

$$= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}a^\mu(\partial_\mu\phi) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)}a^\mu(\partial_\mu\partial_\nu\phi) \tag{3.91}$$

$$= a^\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi}(\partial_\mu\phi) - \partial_\nu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)}\right)(\partial_\mu\phi) + \partial_\nu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)}(\partial_\mu\phi)\right)\right) \tag{3.92}$$

$$= a^\mu\partial_\nu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\nu\phi)}(\partial_\mu\phi)\right) \tag{3.93}$$

となり，全微分で書ける．この導出においてオイラー–ラグランジュ方程式 (3.5) を使った．一方，形式的にラグランジアンの変化分は

$$\mathcal{L} \to \mathcal{L} + \delta\mathcal{L} \tag{3.94}$$

$$\delta\mathcal{L} = \mathcal{L} + a^\mu\partial_\nu(\delta^\mu_\nu\mathcal{L}) \tag{3.95}$$

となるので，式 (3.93) と式 (3.95) を等しいとおくと

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}(\partial_\nu\phi) - (\delta^\nu_\mu\mathcal{L})\right) = 0 \tag{3.96}$$

を得る．この括弧の中身を

$$T^\mu{}_\nu = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)}(\partial_\nu\phi) - (\delta^\nu_\mu\mathcal{L}) \tag{3.97}$$

と定義すると，式 (3.96) は 4 つの保存カレント $T^\mu{}_{0,1,2,3}$ の存在を意味する．それぞれのカレントの時間成分 ($\mu = 0$) の空間積分をそのカレントのチャージ $Q_{0,1,2,3}$ と呼ぶ．チャージの時間微分は式 (3.96) を使うと，

$$\frac{d\,Q_{0,1,2,3}}{dt} = \frac{d}{dt}\int d^3x\ T^0{}_{0,1,2,3}$$
$$= \int d^3x\ \partial_i T^i{}_{0,1,2,3} = \int dS\ T^i{}_{0,1,2,3} = 0$$

となり，保存量であることが分かる．

並進対称性から導かれた保存チャージの物理的意味をみるために，相互作用のない実スカラー場の理論 (3.17) を例に考えてみる．式 (3.97) の定義に従って，$T^0{}_0$ を計算すると

$$
\begin{aligned}
T^0{}_0 &= \frac{1}{2}\left((\partial_0\phi)^2 + (\partial_i\phi)^2 + m^2\phi^2\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\pi^2 + (\partial_i\phi)^2 + m^2\phi^2\right)
\end{aligned} \tag{3.98}
$$

となる．ここで，$\pi(x) = \partial\mathcal{L}/\partial\dot{\phi}(x) = \partial^0\phi(x)$ である．これを全空間にわたり積分すると，ハミルトニアン (3.23) と一致する．したがって，保存チャージ Q_0 はハミルトニアンそのものであることが分かる．残りの保存チャージ Q_i は空間運動量演算子になることが同様に示せる．つまり，座標系のシフトのもとでの物理の不変性（対称性）はエネルギーと空間運動量の保存則を導く．上記と同様の議論を座標系の回転について繰り返すと，角運動量保存則が得られる．

次に内部空間の対称性とそれに伴う保存則をみてみる．今，場 ϕ が複数の成分からなっており，それらを ϕ_i と呼ぶことにする．このように時空とは関係のない自由度を内部自由度といい，内部空間における対称性を内部対称性という．時空によらない微小パラメータを ϵ，内部対称性の構造を決める定数行列を $\omega_{i,j}$ とすると，一般にこの場の内部空間における微小変換は

$$
\phi_i \to \phi_i + \sum_j \epsilon\omega_{i,j}\phi_j \tag{3.99}
$$

$$
\partial_\mu\phi_i \to \partial_\mu\phi_i + \sum_j \epsilon\omega_{i,j}\partial_\mu\phi_j \tag{3.100}
$$

と書ける．この変換によるラグランジアンの変化分 $\delta\mathcal{L}$ は，式 (3.93) と同様の計算により

$$
\delta\mathcal{L} = \sum_i \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i}\delta\phi_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)}\delta(\partial_\mu\phi_i)\right) \tag{3.101}
$$

$$
= \epsilon\sum_{i,j}\omega_{i,j}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i}\phi_j + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)}(\partial_\mu\phi_j)\right) \tag{3.102}
$$

$$
= \epsilon\partial_\mu\left(\sum_{i,j}\omega_{i,j}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)}\phi_j\right) \tag{3.103}
$$

となる．$\delta\mathcal{L}=0$ のとき，保存カレント

$$j^{\mu}=\sum_{i,j}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi_i)}\omega_{i,j}\phi_j \tag{3.104}$$

が存在することになり，第0成分の全空間にわたる積分で定義されるチャージは保存量となる．

内部対称性の具体例として2つの実スカラー場 σ,π からなる系

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\sigma)^2+\frac{1}{2}(\partial_{\mu}\pi)^2-V(\sigma,\pi) \tag{3.105}$$

$$V(\sigma,\pi) = \frac{1}{2}m^2\left(\sigma^2+\pi^2\right)+\frac{\lambda}{4}\left(\sigma^2+\pi^2\right)^2 \tag{3.106}$$

を考える．このラグランジアンは $\sigma\leftrightarrow\pi$ や $\sigma\leftrightarrow-\pi$ の変換に対して不変であることがすぐに分かる．このうち後者は連続的な変換

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}\sigma\\ \pi\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\sigma'\\ \pi'\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma\\ \pi\end{pmatrix}\\ &= \exp\left[i\theta\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\sigma\\ \pi\end{pmatrix}\\ &\xrightarrow{\theta\ll 1} \left[1-\theta\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\sigma\\ \pi\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{3.107}$$

の特別な場合であり，実際この変換によりラグランジアンは不変 $(\delta\mathcal{L}=0)$ になる．ここで，最後の式は微小変換の表式を与える．$\phi_1=\sigma$, $\phi_2=\pi$ と読み替えると，この対称性は内部対称性と解釈できる．このとき，先の一般論で導入した ϵ と $\omega_{i,j}$ との関係は，それぞれ

$$\epsilon=-\theta,\quad \omega=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix} \tag{3.108}$$

となる．式(3.104)に従うと，保存カレントとチャージは

$$j^{\mu} = (\partial^{\mu}\pi)\sigma-(\partial^{\mu}\sigma)\pi \tag{3.109}$$

$$Q = \int d^3x\,\left[(\partial^0\pi)\sigma-(\partial^0\sigma)\pi\right] \tag{3.110}$$

と計算される.

次にカレントの第0成分の空間積分で定義されたチャージが，そのカレントを導く変換 (3.107) の生成子となっていることをみてみよう．生成子とは，変換を

$$\sigma(x)' = e^{i\epsilon Q}\sigma(x)e^{-i\epsilon Q} \overset{\epsilon \ll 1}{\longrightarrow} \sigma(x) + i\epsilon[Q, \sigma(x)] \tag{3.111}$$

$$\pi(x)' = e^{i\epsilon Q}\pi(x)e^{-i\epsilon Q} \overset{\epsilon \ll 1}{\longrightarrow} \pi(x) + i\epsilon[Q, \pi(x)] \tag{3.112}$$

と書いたときの Q のことである．実際，正準交換関係

$$[\sigma(t,\vec{x}),\, \partial^0\sigma(t,\vec{y})] = i\delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{y})$$

$$[\pi(t,\vec{x}),\, \partial^0\pi(t,\vec{y})] = i\delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{y})$$

から導かれる

$$[Q, \sigma(x)] = i\pi(x), \quad [Q, \pi(x)] = -i\sigma(x) \tag{3.113}$$

と式 (3.108) の対応を使うと，式 (3.111), (3.112) は式 (3.107) を再現する．また，この系の基底状態 $|\Omega\rangle$ がこの変換に対して不変であることは

$$e^{i\epsilon Q}|\Omega\rangle = |\Omega\rangle \Longleftrightarrow Q|\Omega\rangle = 0|\Omega\rangle \tag{3.114}$$

と表される．不変でないとき，これらの関係がどうなるかを次節でみる．

上記の例のように，連続的な変換のパラメータ（今の例では θ）が時空の座標に依らないときの対称性を，大域的対称性と呼ぶ．したがって，大域的対称性があるとき保存カレントが存在する．

3.4.3　自発的対称性の破れ

次に，素粒子物理において非常に重要な役割を果たす物理現象「自発的対称性の破れ」について紹介する．前節では，ラグランジアン (3.105) が変換 (3.107) のもとで不変であることをみた．ここではまず，ポテンシャル（つまりは作用）が最小となる配位，つまり基底状態の配位をみてみる．ポテンシャルが極値を

とる条件は，

$$\frac{\partial V}{\partial \sigma} = m^2\sigma + \lambda(\sigma^2 + \pi^2)\sigma = 0 \tag{3.115}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \pi} = m^2\pi + \lambda(\sigma^2 + \pi^2)\pi = 0 \tag{3.116}$$

であり，さらにこれが極小値である条件は

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} = m^2 + \lambda\left\{(\sigma^2 + \pi^2) + 2\sigma^2\right\} > 0 \tag{3.117}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \pi^2} = m^2 + \lambda\left\{(\sigma^2 + \pi^2) + 2\pi^2\right\} > 0 \tag{3.118}$$

となる．これらの条件から $m^2 > 0$ のとき，ポテンシャルは，図 3.2(a) のようになり，すべての時空で $(\sigma, \pi) = (0, 0)$ となる配位が最小のポテンシャルを与える．このとき，作用も基底状態も変換 (3.107) のもとで不変であり，特別なことは何も起こらない．

他方，$m^2 < 0$ のとき $(\sigma, \pi) = (0, 0)$ はポテンシャルの極大点となり，極小値は

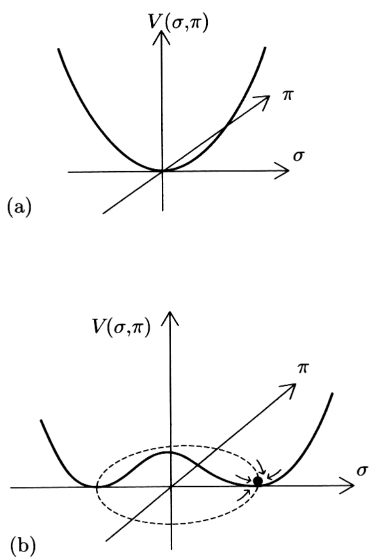


図 3.2　ポテンシャル $V(\sigma, \pi)$．(a) $m^2 > 0$, (b) $m^2 < 0$.

$$\sigma^2 + \pi^2 = \frac{-m^2}{\lambda} = v^2 \tag{3.119}$$

のときに実現される．つまり，$m^2 < 0$ のとき，最もエネルギーが低い状態，すなわち基底状態は，場の配位が式 (3.119) のときに実現されるのである．このときのポテンシャルを図で表すと図 3.2(b) のようになり，ポテンシャルが最小となる点の集合は，原点を中心とする半径 v の円になる[12]．この円周上のすべての点は異なる等価な基底状態に対応するが，式 (3.107) の θ をうまく選ぶことにより，一般性を失うことなく基底状態を特定の点（配位）にとることができる．これを利用して，基底状態の配位として

$$\langle\Omega|\sigma(x)|\Omega\rangle = v, \quad \langle\Omega|\pi(x)|\Omega\rangle = 0 \tag{3.120}$$

を選ぶことにする．

ここで，場が「基底状態の配位まわりの揺らぎ」となるように，もとの σ から v だけ引いたもの $\sigma' = \sigma - v$ を定義し，ラグランジアンをこれで書き直してみる．ラグランジアンにおける場について 2 次の項の係数は質量なので，それを読み取ると，それぞれの粒子の質量は

$$m_{\sigma'}^2 = \left(m^2 + \lambda v^2 + 2\lambda v^2\right) = 2(-m^2) \tag{3.121}$$

$$m_{\pi}^2 = \left(m^2 + \lambda v^2\right) = 0 \tag{3.122}$$

となる（$m^2 < 0$ であることに注意）．また，ラグランジアンを σ' で書き直すと，もはや σ' と π の間には式 (3.107) のような対称性はないことが分かる．つまり，σ が真空期待値をもつことにより，内部対称性が破れ，質量 0 の粒子 π が現れたのである．このことは，図 3.2(b) において，真空として $(\sigma, \pi) = (v, 0)$ を選んだので，σ 方向に動こうとすると山がある（質量がある）が，π 方向は平坦（質量がない）であることに対応している．

ここで，前節に登場した保存カレントとチャージについて考えてみる．保存カレント (3.109) は，基底状態がどうであるかに依らずラグランジアンから導かれたものであり，対称性の破れの有無に関係なく保存する．チャージを基底

[12] V 軸は $V(\sigma, \pi)$ の最小値が 0 になるようシフトした．

状態に作用するとどうなるであろうか？ 式 (3.114) が成り立つのであれば，

$$\langle\Omega|[Q,\ \pi(0)]|\Omega\rangle = -i\langle\Omega|\sigma(0)|\Omega\rangle = 0 \tag{3.123}$$

となるはずだが，対称性が破れているとき，式 (3.120) と矛盾する．つまり，対称性が破れたときの基底状態は変換のもとで対称ではなくなっているのである．さらに，$\langle\Omega|[Q,\ \pi(0)]|\Omega\rangle$ を等式変形してみると[13)]，

$$\begin{aligned}
&\langle\Omega|[Q,\ \pi(0)]|\Omega\rangle \\
&= \int d^3x \langle\Omega|[j^0(t,\vec{x}),\ \pi(0)]|\Omega\rangle \\
&= \int d^3x \sum_n \int d^3p_n \left\{\langle\Omega|j^0(t,\vec{x})|n(E_n,\vec{p}_n)\rangle\langle n(E_n,\vec{p}_n)|\pi(0)|\Omega\rangle\right. \\
&\qquad \left. - \langle\Omega|\pi(0)|n(E_n,\vec{p}_n)\rangle\langle n(E_n,\vec{p}_n)|j^0(t,\vec{x})|\Omega\rangle\right\} \\
&= \int d^3x \sum_n \int d^3p_n \left\{\langle\Omega|j^0(0)|n(E_n,\vec{p}_n)\rangle\langle n(E_n,\vec{p}_n)|\pi(0)|\Omega\rangle\ e^{-i(E_nt-\vec{p}_n\cdot\vec{x})}\right. \\
&\qquad \left. - \langle\Omega|\pi(0)|n(E_n,\vec{p}_n)\rangle\langle n(E_n,\vec{p}_n)|j^0(0)|\Omega\rangle e^{i(E_nt+\vec{p}_n\cdot\vec{x})}\right\} \\
&= \int d^3p \sum_n (2\pi)^3\delta^{(3)}(\vec{p}_n) \left\{\langle\Omega|j^0(0)|n(E_n,\vec{p}_n)\rangle\langle n(E_n,\vec{p}_n)|\pi(0)|\Omega\rangle\ e^{-iE_nt}\right. \\
&\qquad \left. - \langle\Omega|\pi(0)|n(E_n,\vec{p}_n)\rangle\langle n(E_n,\vec{p}_n)|j^0(0)|\Omega\rangle e^{iE_nt}\right\} \\
&= \sum_n (2\pi)^3 \left\{\langle\Omega|j^0(0)|n(M_n,0)\rangle\langle n(M_n,0)|\pi(0)|\Omega\rangle\ e^{-iM_nt}\right. \\
&\qquad \left. - \langle\Omega|\pi(0)|n(M_n,0)\rangle\langle n(M_n,0)|j^0(0)|\Omega\rangle e^{iM_nt}\right\}
\end{aligned} \tag{3.124}$$

となる[14)]．対称性が破れているとき，左辺は 0 でない時間に依らない定数となるが，右辺もそうなるためには

$$\begin{aligned}
&\langle\Omega|j^0(0)|n(M_n,0)\rangle\langle n(M_n,0)|\pi(0)|\Omega\rangle \\
&\quad -\langle\Omega|\pi(0)|n(M_n,0)\rangle\langle n(M_n,0)|j^0(0)|\Omega\rangle \neq 0
\end{aligned} \tag{3.125}$$

かつ，$M_n = 0$ であるような真空とは違う状態 $|n(M_n,0)\rangle$ がなければならない．

13) 一般に対称性が破れているとき，チャージ演算子の値は不定となるが，交換関係は保たれる．

14) ここで，$1 = \sum_n \int d^3p_n |n(E_n,\vec{p}_n)\rangle\langle n(E_n,\vec{p}_n)|$ を演算子の間に挿入した．

このことは，$\pi(0)$ と $j^0(0)$ と同じ量子数をもつ質量のない粒子の存在を意味する．これにより，σ が真空期待値 v をもつとき，質量をもたない粒子 π が現れたのである．

このように作用がもつ対称性を基底状態がもたないことを対称性が自発的に破れているという．上記の例では連続的な対称性が自発的に破れると質量 0 の粒子が出現することをみた．この現象は一般に起こることが知られており，南部・ゴールドストーン（南部-Goldstone）の定理と呼ばれる．また，ここで現れる質量 0 の粒子を南部・ゴールドストーン粒子と呼ぶ．自発的対称性の破れは，強い相互作用における「カイラル対称性の破れ」や電弱理論における「ヒッグス機構」に現れる．

3.4.4　ゲージ対称性

次に，素粒子物理学において最も重要な相互作用である「ゲージ相互作用」について紹介する．ラグランジアンは様々な対称性をもち得るが，中でも以下で説明する「ゲージ対称性」はゲージ相互作用の在り方を規定する重要な対称性である．ここでいうゲージ対称性は，3.3.4 節でふれたものと基本的には同じものであり，単にフェルミオン場がある系へ拡張したものである．

フェルミオン場に対し，

$$\psi(x) \to U(x)\psi(x), \quad \bar{\psi}(x) \to \bar{\psi}(x)U^\dagger(x) \tag{3.126}$$

$$U(x) = \exp\left(-i\epsilon(x)\right) \tag{3.127}$$

なる位相変換を考えてみる．ここで，$\epsilon(x)$ は任意の実数で座標の関数とする．このように，座標に依存する場の位相変換を局所ゲージ変換（または単にゲージ変換）と呼ぶ．これを自由なフェルミオン場のラグランジアン (3.35) に施すと

$$\begin{aligned}
&\bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x) \\
&\quad \to \bar{\psi}(x)U^\dagger(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)U(x)\psi(x) \\
&\quad = \bar{\psi}(x)\left[i\gamma^\mu\left\{\partial_\mu - (\partial_\mu\epsilon(x))\right\} - m\right]\psi(x)
\end{aligned} \tag{3.128}$$

となり，このラグランジアンはゲージ変換のもとで不変でないことが分かる．

そこで，ベクトル場 $A_\mu(x)$ を導入し，フェルミオン場と結合させることにし，ラグランジアンを

$$\bar{\psi}(x)\left\{i\gamma^\mu\left(\partial_\mu - igA_\mu(x)\right) - m\right\}\psi(x) \tag{3.129}$$

のように変形してみる．このベクトル場をゲージ場と呼び，g はフェルミオン場とゲージ場の結合の強さを決めるパラメータでゲージ結合定数と呼ぶ．ここで，フェルミオン場がゲージ変換する際，ゲージ場も

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{i}{g}\left(\partial_\mu \epsilon(x)\right) \tag{3.130}$$

のように変換することにすると，ラグランジアンはゲージ変換のもとで不変になる．（式 (3.130) は式 (3.69) と同じ形である．）つまり，ゲージ不変性を満たすためにゲージ場とゲージ相互作用が導入されたのである．この例では，ゲージ変換 (3.127) が $U(1)$ 群に属するので $U(1)$ ゲージ相互作用と呼ぶ[15]．

ゲージ群は，次のようにユニタリー行列へ一般化することができる．まず式 (3.127) に対応するものとして

$$\left(U(x)\right)_{i,j} = \left(\exp\left[-i\epsilon^a(x)t^a\right]\right)_{i,j} \tag{3.131}$$

を定義する．ここで，エルミート行列 t^a は群の生成子であり，

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c \tag{3.132}$$

を満たす．最も簡単な例は $t^a = \sigma^a/2$ $(a = 1,2,3)$ であり[16]，このときゲージ変換行列 (3.131) は $SU(2)$ 群の元となる．ゲージ変換を行列に一般化すると，フェルミオン場もそれに応じて添字（つまり内部空間）をもたなければならない．変換

$$\psi_i(x) \to \left(U(x)\right)_{i,j}\psi_j(x), \quad \bar{\psi}_i(x) \to \bar{\psi}_j(x)\left(U^\dagger(x)\right)_{i,j} \tag{3.133}$$

を自由なフェルミオン場のラグランジアンに施すと

[15] 群の説明については第 0 章 7 節参照．
[16] σ はパウリ行列．第 0 章式 (48) 参照．

$$
\begin{aligned}
&\bar{\psi}_i(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\delta_{i,j}\psi_j(x) \\
&\quad \to \bar{\psi}_i(x)\left(U^\dagger(x)\right)_{i,j}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\left(U(x)\right)_{j,k}\psi_k(x) \\
&\quad = \bar{\psi}_i(x)\left[i\gamma^\mu\{\partial_\mu + U^\dagger(x)\left(\partial_\mu U(x)\right)\} - m\right]_{i,j}\psi_j(x) \qquad (3.134)
\end{aligned}
$$

となる．$U(1)$ 群のときと同様に，ゲージ場 A^a_μ を導入してラグランジアンを

$$
\bar{\psi}_i(x)\left\{i\gamma^\mu\left(\partial_\mu\delta_{i,j} - igA^a_\mu(x)t^a_{i,j}\right) - m\delta_{i,j}\right\}\psi_j(x) \qquad (3.135)
$$

とし，$A^a(x)$ は

$$
A^a_\mu(x)t^a \to U(x)A^a_\mu(x)t^aU^\dagger(x) - \frac{i}{g}\left(\partial_\mu U(x)\right)U^\dagger(x) \qquad (3.136)
$$

の変換をすることにすると，ラグランジアンは不変になる．ゲージ変換が $SU(N)$ 群に属するとき，その理論を $SU(N)$ ゲージ理論と呼ぶ．$SU(N)$ ゲージ理論は，非可換ゲージ理論に属する．

ゲージ場の運動項はどうあるべきであろうか？　可換群 ($U(1)$ 群) の場合は，3.3.4 節で与えた．非可換群の場合，ラグランジアンにゲージ変換とローレンツ変換のもとでの不変性を要請すると，ゲージ場の運動項は

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{gauge}} &= -\frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F^a_{\mu\nu} \qquad (3.137) \\
F^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf^{abc}A^b_\mu A^c_\nu \qquad (3.138)
\end{aligned}
$$

と定まる．$F^a_{\mu\nu}$ をラグランジアン (3.137) に代入すると，微分を含まない場について 2 次の項 (つまり質量項) がないことが分かる．これは，質量項はゲージ対称性を破ってしまうためである．非可換ゲージ理論の特徴は，式 (3.138) の第 3 項の存在であり，このためゲージ場どうしが相互作用をする．この違いは，可換ゲージ理論と非可換群ゲージ理論の間に大きな違いをもたらす．ゲージ粒子に質量がないので，すべてのゲージ相互作用は長距離力になるように思われるが，そう単純でないことを次章で述べる．

3.5 摂動論

これまで主に自由場の理論についてみてきたが，実際には素粒子は相互作用

をしているので，場の理論の枠組みにその効果を取り込む必要がある．これは，同一座標における場の積（局所演算子）を自由理論のラグランジアンに追加することにより実現される．そうすると運動方程式や基底状態が自由理論のそれらから変わるため，量子化について再度検討する必要がある．この場合の量子化については巻末に挙げた教科書に譲ることにし結論だけを述べると，相互作用の効果が小さいときそれらを自由理論の結果に対する「補正」として扱うことができ，基底状態や生成消滅の概念を大幅に変更する必要はない．このとき物理量は，相互作用の大きさを特徴づける結合定数のベキ展開で近似される．この系統的な近似法は摂動論と呼ばれ，この展開を摂動展開という．当然ながら相互作用の効果が大きいと，この近似は悪くなりこの手法は使えない．以下では，相互作用の効果と摂動計算に有用なファイマン則についてふれた後，繰り込みの概念について概要を紹介する．

3.5.1 相互作用の効果

まず，ラグランジアン $\mathcal{L}$ を運動項と質量項のみを含む自由理論の部分 $\mathcal{L}_0$ と，相互作用項の部分 $\mathcal{L}_I$ に分離し，$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I$ と書く．$\mathcal{L}_0$ は自由粒子の伝播に関する情報を含んでおり，ある粒子が伝播する振幅は運動量と質量とスピンの情報をもつ伝播関数（または 2 点相関関数）で表される．

例えば，スカラーの 3 点相互作用がある場合，相互作用項は

$$\mathcal{L}_I \sim \lambda \phi_A(x)\phi_B(x)\phi_C(x) \tag{3.139}$$

となる．相互作用項は，一般にこの例のように，係数と局所演算子の積で書かれる[17]．係数 λ は相互作用の強さを表す結合定数である．演算子の表式からこの相互作用に参加する粒子の種類が分かる．

摂動計算は運動量空間で行うと見通しがよいので，式 (3.139) において，自由場のときのように，場を生成・消滅演算子を使ってモード展開すると，

$$\mathcal{L}_I \sim \lambda(a^A_{\vec{p}} + a^{A\,\dagger}_{-\vec{p}})(a^B_{\vec{q}} + a^{B\,\dagger}_{-\vec{q}})(a^C_{\vec{k}} + a^{C\,\dagger}_{-\vec{k}})\delta^{(4)}(p+q+k) \tag{3.140}$$

[17] 相互作用項が $\phi_A(x)\phi_B(x-y)\phi_C(x)$ のように非局所的であると，光速より早く力が伝搬することになり，因果律を破ってしまうため通常は考えない．

を得る[18]．δ 関数は，相互作用において 4 元運動量が保存することを保証する．このうち，例えば $a^A_{\vec{p}}\, a^B_{-\vec{q}}{}^\dagger\, a^C_{-\vec{k}}{}^\dagger$ に比例する項は，時空上のある点まで伝播してきた粒子 A を消し，その点において粒子 B と C を生成して伝播させる，という意味をもつ．図 3.3(a) は，この項を図で表したものであり，粒子 A が B と C に崩壊する過程を表す．

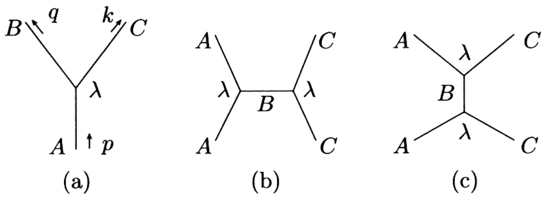


図 3.3 (a) スカラー 3 点相互作用による崩壊．(b) 粒子の交換による散乱．(c) 対消滅対生成による散乱．

3 点相互作用 (3.139) は粒子間の散乱も引き起こす．式 (3.140) の中の適当な 2 つを組み合わせると，図 3.3(b) のように粒子 B を交換して粒子 A と C が散乱する図が可能となる．同様に，図 3.3(c) のように一度 A と C が消滅して B になり，その後 A と C が生成される散乱過程も同じ相互作用項から生じる．

上述の例から分かるとおり，場の理論では相互作用とは粒子を交換することにより互いに影響を及ぼし合うこと，と理解される．相互作用があることにより，粒子は（運動学的に許されれば）崩壊したり，散乱したり，束縛状態を形成したりするのである．

3.5.2 ファインマン則

具体的な例として電子-ミューオン散乱について考えてみる．この散乱の様子を描けといわれたら，どう描くかであろうか？　電子とミューオンは電荷をもっており，光子を交換して電磁相互作用をする．電子と光子の相互作用項は

18) ここで消滅演算子の運動量の向きを $\delta^{(4)}(p+q+k)$ が現れるよう調節した．

$$iQ_e e\bar{\psi}_e(x)\gamma_\mu A^\mu(x)\psi_e(x) \tag{3.141}$$

という3点相互作用の構造をしている[19)]．$Q_e = -1$ は電子の電荷の大きさを表すパラメータである．ミューオンについても同様である．このことから，例えばこの散乱を図3.4(a)のように描くのは自然である．図中の実線は自由電子と自由ミューオンの伝搬を表し，波線は光子の伝播を表す．線が交わっている点は頂点（またはバーテックス）と呼ばれ，相互作用を表している．例えば e-e-γ 頂点では，運動量 p_1 で飛んできた電子を消し，p_1' の電子と q の光子を生成している．

このようにして得た図から図に対応した散乱振幅を計算することができる．ファインマン則とは各粒子の伝搬関数や相互作用頂点に対応する表式を与えるとともに，図が示す散乱や崩壊過程の振幅を与える規則である．上の例の場合，始状態または終状態であるフェルミオンの線は各フェルミオンのスピノルで表し，運動量 q の光子の線は光子の伝搬関数

$$G_\gamma^{\mu\nu}(q) = \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \tag{3.142}$$

に，フェルミオンと光子の頂点は頂点関数

$$V_{ff\gamma}^{\mu} = -i\,Q_f\,|e|\gamma^\mu \tag{3.143}$$

に置き換えればよい．（上の例にはないが）もし内線に運動量 p^μ のフェルミオ

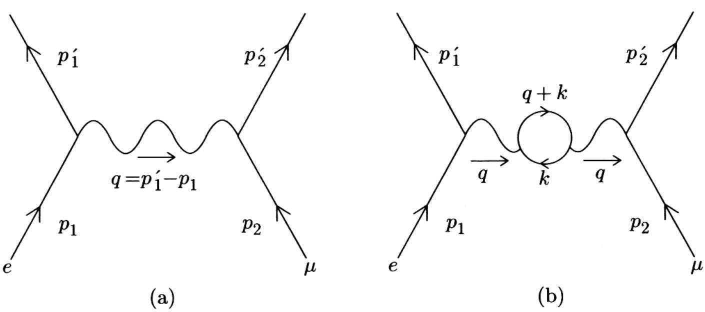


図 3.4 左は電子-ミューオン散乱を表す最低次のファインマン図．右は高次補正の例．

19) 以下では電子の電荷を $Q_e e$ と書くことにし $e > 0$ とする．

ン f の線があれば，それをフェルミオンの伝搬関数

$$G_{f\alpha,\beta}(p) = \left(\frac{i(\gamma_\mu p^\mu + m_f)}{p^2 - m_f^2}\right)_{\alpha,\beta} \tag{3.144}$$

に置き換える[20)]．

図 3.4(a) をファインマン則を使って数式に翻訳すると，図に対応する散乱振幅 $\mathcal{M}$ は，

$$\begin{aligned}\mathcal{M} = \; & \bar{u}_e(p_1', s_1')(-i\,Q_e\,e)\gamma^\mu u_e(p_1, s_1) \\ & \times \bar{u}_\mu(p_2', s_2')(-i\,Q_\mu\,e)\gamma^\nu u_\mu(p_2, s_2) \times \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2}\end{aligned} \tag{3.145}$$

となる．ここで，スピノルはベクトルであり γ^μ は行列である点に注意が必要である．散乱振幅の表式 $\mathcal{M}$ が得られると，これを使って，実験で測られる散乱断面積を計算することができる．散乱断面積は，面積と同じ次元をもつぶつかりやすさの指標であり，大きい程ぶつかりやすいことを意味する．上の例のように 2 体から 2 体への散乱のとき，散乱断面積 σ は，

$$\begin{aligned}\sigma = \; & \frac{1}{|v_{rel}|\,2p_1^0\,2p_2^0}\int \frac{d^3p_1'}{(2\pi)^3\,2p_1'^{\,0}}\frac{d^3p_2'}{(2\pi)^3\,2p_2'^{\,0}} \\ & \times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_1' - p_2')\frac{1}{2}\sum_{\text{spin}}|\mathcal{M}|^2\end{aligned} \tag{3.146}$$

で与えられる．ここで，v_{rel} は始状態の 2 粒子の相対速度である．スピンについての和と 1/2 の因子は，始状態については平均を，終状態については和をとることを意味している．

この散乱が起こるには，少なくとも 2 つの頂点がなければならないので，図 3.4(a) は摂動展開の最低次の寄与を与える．これに対する高次補正は，同じ始状態と終状態だが，より多くの頂点をもつ図を計算することにより得られる．その一例を図 3.4(b) に示す．この例では，伝搬していた光子が一度電子と陽電子に別れた後，再び結合し光子に戻っている．一般に高次にいくほど図は複雑になり，また考慮しなくてはならない図の数も急激に増えるため計算は大変に

20) ファインマン則にはある程度自由度があり，ここで示したのはある特定の規約での表式である．もちろん物理的な結果は規約によらない．

なるが，結合定数のベキも大きくなるため，もし結合定数が充分小さければ，これらの高次補正は効かない．微細構造定数の値は $\alpha_e = e^2/(4\pi) \sim 1/137$ なので，e-μ 散乱への高次補正は 1/100 程度抑制されるため，摂動展開は良い収束性を示す．

ここではふれなかったが，粒子の崩壊振幅も同様に計算することができる．崩壊振幅が分かると，その絶対値の 2 乗から単位時間あたりの崩壊率が分かり，その粒子の寿命を計算することができる．

3.5.3 繰り込み[21)]

始状態と終状態の運動量を指定すると図 3.4(a) のようにループを含まないファインマン図では，すべての粒子の運動量は運動量保存から一意に決まる．ところが図 3.4(b) のように，高次のファインマン図は一般に閉じたループを含み，そのループを構成する粒子の運動量は一意には決まらない（つまり図中 k の値は任意である）．ファインマン則によると，すべての可能性を足し上げて初めて正しい結果が得られるので，この場合すべての可能な運動量で足し上げる，つまり不定な 4 元運動量 k についての積分（以下，ループ積分）が散乱振幅の表式に入ってくる．このこと自体は問題ではないが，この積分は多くの場合発散するため，たとえ展開パラメータ (e^2) が小さくても物理量が発散してしまう，つまり摂動計算は破綻してしまうように思われる．

この問題は，「繰り込み」という処方により解決される．繰り込みとは，振幅に現れた発散部分を観測されない定数，繰り込み定数に吸収させて，振幅を有限にする操作のことである．例として，3 点自己相互作用をするスカラー場の理論

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I \tag{3.147}$$

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2) \tag{3.148}$$

21) “繰り込み” は素粒子物理の分野にとどまらない，非常に重要かつ興味深い概念である．ここで紹介したのとは少し違った角度からみてみることをお勧めする．参考書として，例えば西森秀稔 著『相転移・臨界現象の統計物理学』（培風館，2005）を挙げる．

$$\mathcal{L}_I = \frac{\lambda}{3!}\phi^3 \tag{3.149}$$

を考える．このとき，ラグランジアンは場，結合定数，質量で書かれているが，これらを裸の場 (ϕ_0)，裸の結合定数 (λ_0)，裸の質量 (m_0) と呼ぶことにする．ここで，繰り込み定数 $Z_\phi^{1/2}$, Z_λ, Z_m を導入し，繰り込まれた場 (ϕ_R)，繰り込まれた結合定数 (λ_R)，繰り込まれた質量 (m_R) を

$$\phi_0 = Z_\phi^{1/2}\phi_R, \quad \lambda_0 = Z_\lambda \lambda_R, \quad m_0^2 = Z_m m_R^2 \tag{3.150}$$

のように定義する．これを使ってラグランジアンを繰り込まれた量で書き直し，自由部分と相互作用部分を分離すると，

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_R\partial^\mu\phi_R - m_R^2\phi_R^2) \tag{3.151}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_I = {} & \frac{\lambda_R}{3!}\phi_R^3 + \frac{1}{2}\left\{(Z_\phi - 1)\partial_\mu\phi_R\partial^\mu\phi_R - (Z_\phi Z_m - 1)m_R^2\phi_R^2\right\} \\ & +(Z_\phi^{3/2}Z_\lambda - 1)\frac{\lambda_R}{3!}\phi_R^3\end{aligned} \tag{3.152}$$

を得る．相互作用項が増えたので，考慮しなければならない頂点や図の種類が増える．そのうえで，例えば 2 体から 2 体への散乱振幅を計算すると，その表式は抽象的には

$$\begin{aligned}(4\text{ 点関数}) \sim {} & \lambda_R^2 + \lambda_R^4\left\{a\ln\left(\frac{\infty}{p^2}\right) + c\right\} \\ & +(Z_\phi^{3/2}Z_\lambda - 1) + O(\lambda_R^6)\end{aligned} \tag{3.153}$$

という形になる（p^2 は m_R^2 と外線運動量の内積の関数）[22]．ここで，a は実定数で c は有限項を表す．対数発散は，ループ積分から生じる．式 (3.153) に現れる繰り込み定数（の積）を

$$Z_\phi^{3/2}Z_\lambda = 1 - \lambda_R^2 \times a\ln\left(\frac{\infty}{\mu^2}\right) + c' \tag{3.154}$$

に選ぶと（c' は有限な任意定数），散乱振幅を有限にすることができる．繰り込

[22] ここでは時空の次元を 6 としている．また，2 点関数への補正から生じる発散は簡単のため無視している．

みの結果，裸の量も繰り込み定数も表式には現れないのでそれらが発散していても問題ない．表式には任意に選べるエネルギースケール μ と繰り込まれた結合定数，繰り込まれた質量が入ってくる．この μ を繰り込みスケールと呼ぶ．上式の c' は任意であるため，繰り込んだ後の定数項にも任意性がある．これを繰り込みスキーム依存性と呼ぶ．もちろん，物理量は繰り込みスケールにもスキームにも依存しないので，その代わり，繰り込まれた結合定数や質量がこれらに依存する．

この理論では，どんなに高次のファインマン振幅であっても，上記の 3 つの繰り込み定数を適切に選ぶことにより，発散を完全に取り除くことができる．このような理論を繰り込み可能な理論と呼ぶ．この繰り込みという操作は，展開パラメータとして裸の量ではなく，（ある程度任意にとれる）物理的な量で展開し直していると言い換えることができる[23)]．

詳細は省略するが，ゲージ理論でも同様にして発散を処理することができる．繰り込まれた結合定数 $\alpha_R = e_R^2/(4\pi)^2$ は，結合定数に対する繰り込み定数 $Z_3(\mu)$ と裸の結合定数 α_0 と

$$Z_3(\mu)\alpha_R(\mu) = \alpha_0 \tag{3.155}$$

の関係にある．ここで，両辺をスケール μ で微分ですると，右辺（裸の量）はスケールに依存しないことから 0 となり，

$$\mu \frac{d\alpha_R(\mu)}{d\mu} = \beta(\alpha_R) \tag{3.156}$$

の形の式が得られる．$\beta(\alpha_R)$ は $Z_3(\mu)$ の μ 依存性から決まる結合定数の関数で，ベータ関数と呼ばれる．この種の式は繰り込み群方程式と呼ばれ，結合定数や質量のスケール依存性を記述する．ゲージ理論も作用が質量次元 4 以下の演算子しか含まなければ，繰り込み可能であることが分かっている．

---

23) あるスケール，スキームで繰り込まれた結合定数や質量を用いてある物理量を表し，実験結果と比較することにより，これらの量が決まる．一旦，理論のパラメータが決定されれば，他の物理量はそれらを用いて計算できるようになる．

3.5.4 相互作用の到達距離

ここで，相互作用を媒介する粒子の質量と相互作用が及ぶ範囲についてコメントする．今，2つの粒子 A と B が媒介粒子 X ボゾンを交換して結合定数 g で相互作用するとする．X が質量をもたないとき，A と B の間のポテンシャルはよく知られているクーロンポテンシャルとなり，A と B の間の距離 r の関数として

$$V \sim \frac{g^2}{r} \tag{3.157}$$

のように振る舞う．一方，仮に X に質量 m_X があると，ポテンシャルの形は変更を受け，

$$V_m \sim \frac{g^2}{r}\exp(-m_X r) \tag{3.158}$$

となる．A と B が互いに十分近いとき ($r \ll 1/m_X$)，これら2つのポテンシャルの間にほとんど差は生じない．$r > 1/m_X$ のとき，つまり交換される粒子のコンプトン波長（質量の逆数）より離れると，相互作用は急激に弱くなる．したがって，粒子と粒子が衝突する散乱現象が起こるためには，距離 $r_X = 1/m_X$ くらいまで近づかなければならない．r_X はこの相互作用における，「粒子の大きさ」とみることができる．

質量 m_X をもつ粒子が媒介する相互作用の広がりが，$1/m_X$ 程度であることは，不確定性関係 $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ からも読み取れる．つまり，古典的にはエネルギーが不足して存在が許されない X 粒子が，量子力学的にごく短時間，短距離だけ存在できるのである．したがって，相互作用の範囲から逆に媒介粒子の質量を割り出すこともできる．第1章でふれたように，π 中間子の質量は原子核のサイズから予想することができたのである．また，相互作用を媒介する粒子が非常に重ければ，われわれはその存在に気づかないことを意味する．

第4章 素粒子標準模型

第3章では，素粒子を理論的に記述するための枠組みである場の理論の概要を紹介した．本章では素粒子標準模型を紹介する．標準模型は，これまで行われた様々な実験を経て確立してきた．以下では，まず標準模型に登場する3つの力，電磁気力，強い力，弱い力の理論的側面を概観した後，標準模型の中核をなす電弱統一理論，ヒッグス機構，小林・益川模型について紹介する．

4.1 素粒子の種類

まずは，第1章で紹介された標準模型を構成する構成要素を復習する．標準模型は様々な「物質」とその間に働く「力」からなる．このうち「物質」は12フレーバーのフェルミオンからなり，それらは強い相互作用をするクォークと，しないレプトンに分類される．クォークとレプトンは，その電荷によりさらにそれぞれ2つに分類される．$Q_f e$をフレーバーfの電荷とすると[1)]，電荷$Q_f = +2/3$をもつクォークはアップタイプ，電荷$Q_f = -1/3$をもつクォークはダウンタイプに分類される．レプトンについては，電荷$Q_f = 0$の（つまり電気的に中性な）レプトンをニュートリノ，電荷$Q_f = -1$のレプトンを荷電レプトンと呼ぶ．上記以外の電荷をもつフェルミオンは標準模型には存在しない．このように12フレーバーのフェルミオンは4つのタイプに分類されるが，図4.1に示すとおり，どのタイプも質量だけが違う3つのフェルミオンからなっている．各タイプの軽い方から1つずつ選んでできる4つのフェルミオンの集合は「世代」と呼ばれており，標準模型のフェルミオンは3世代構造をしている．全てのフェルミオンは，弱い力と電磁気力（ただし，ニュートリノを除く）を感じる．

1) eは電子の電荷が$Q_e e = -e$となるように定義されたものとする．

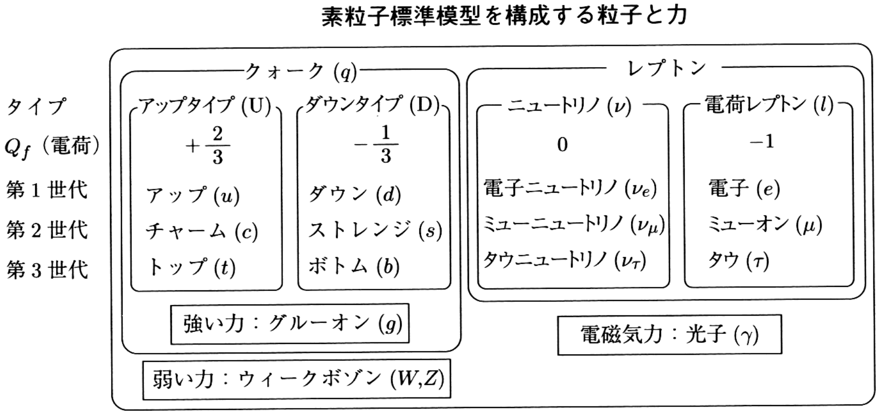


図 4.1 ヒッグス粒子を除く標準模型の「物質」と「力」．$Q_f e$ はフレーバー f の電荷．

一方「力」は物質間でゲージ粒子を交換することにより生じると考えられる．これまでに電磁気力，強い力，弱い力と重力の 4 つの力が確認されているが，重力を除く 3 つの力については実際対応する 3 種類のゲージ粒子が直接的または間接的に観測されている．

上述のすでに存在が確認されている粒子に加え，標準模型には物質とも力の伝達粒子ともみなすことができる（執筆時点で）唯一の未発見粒子ヒッグス粒子の存在が予言されている．ヒッグス粒子はスピン 0 のスカラー粒子であり，後述のヒッグス機構を通して物質や一部のゲージ粒子に質量を与えるという重要な役割を果たす．仮にヒッグス粒子がなかったら，すべての素粒子の質量が 0 となり，明らかに観測と矛盾する．したがって，ヒッグス粒子かもしくはそれと同じ役割を担う何らかの粒子が必ずあると思われている．現在，欧州原子核研究機構 (CERN) で稼働中の大型ハドロン衝突器 (Large Hadron Collider, LHC) 実験では，ヒッグス粒子や標準模型には存在しない粒子の探索が行われており，この実験に世界中の素粒子物理学者が注目している[2)]．

---

2) LHC 実験でのヒッグス粒子や新粒子探索については 5.6 節参照．なお，2012 年 7 月 4 日 CERN において，125–126 GeV 程度の質量をもつヒッグス粒子と思われる粒子が観測されたという発表があった．

4.2 3つの力

4.2.1 電磁気力

電磁気力は電荷をもった物質の間で光子を交換して伝達される．電磁気力を記述する理論は，光子場を $U(1)$ ゲージ場とする，3.4.4 節の $U(1)$ ゲージ理論そのものであり，量子電磁力学 (Quantum Electrodynamics, QED) と呼ばれる．

われわれの身のまわりにあるものは，すべて沢山の分子の集まりからできているが，これら分子をつなぎとめているのが電磁気力であり，いくつかの原子をつなぎとめて分子をつくったり，さらには原子核と電子をつなぎとめて原子をつくっているのも電磁気力である（図 4.2 参照）．

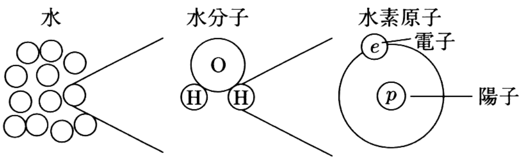


図 4.2 物質の階層性．

QED のラグランジアンは，

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \sum_f \bar{f}(x) i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - iQ_f e A_\mu(x)\right) f(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \tag{4.1}$$

で与えられる．添字 f はフレーバーを表し，和はすべてのフレーバーにわたる．$Q_f e$ はフレーバー f の電荷であり，QED 理論の枠内ではフレーバーごとに任意の値をとることができるため，実験から決めるしかない[3)]．式 (4.1) はゲージ変換

$$f(x) \to U^{Q_f}(x) f(x), \quad \bar{f}(x) \to \bar{f}(x) (U^\dagger(x))^{Q_f} \tag{4.2}$$

$$U(x) = \exp\left(-i\epsilon(x)\right) \tag{4.3}$$

3) QED がより基本的な理論の低エネルギー有効理論である場合，Q_f の値は理論的に決めることができる．5.2 節参照．

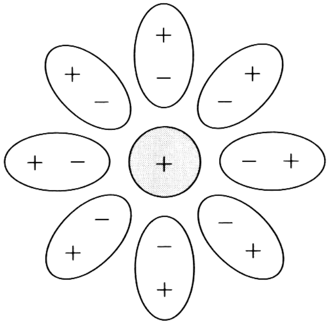


図 4.3 電荷の遮蔽のイメージ．

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{i}{e}\left(\partial_\mu \epsilon(x)\right) \tag{4.4}$$

のもとで不変である．この変換は基本的に 3.4.4 節で紹介した $U(1)$ ゲージ変換と同じであるが，式 (4.2) に示すとおりフェルミオンの位相変換が Q_f に依るように拡張されている点に注意が必要である．電磁相互作用は媒介粒子である光子が質量をもたないため，長距離力である．また，$U(1)$ ゲージ場の特徴として光子は直接光子と相互作用しない．

A. 電荷の遮蔽

QED のひとつの特徴である電荷の遮蔽について紹介する．図 4.3 に示すように，真空中に正電荷 $+e$ を置いて，その正味の電荷を距離 r 離れた点で測ることを考える．中心にある正電荷の周りは真空であり，電荷から電気力線が周囲に放射されるので，観測されるポテンシャルエネルギーは r の関数として e/r と振る舞うはずであるが，厳密にはそうはならない．これは「真空が揺らいでいる」ことに起因する．

不確定性関係のひとつ $\Delta E\,\Delta t \geq \hbar/2$ は，時間 Δt の間であればエネルギーは $\Delta E \geq \hbar/(2\Delta t)$ だけ揺らぐことが許される．このため，真空においても時空の至る所で絶えず粒子と反粒子が対生成と対消滅を繰り返している．対生成された粒子のうち負電荷の粒子は中心にある正電荷に引っ張られやや中心方向に近づき，逆に正電荷の粒子は斥力のため中心から遠のく．結果として，距離 r

離れた地点で中心にある正電荷の大きさを測ると，実際より小さく観測されることになる．これを電荷の遮蔽といい，電荷 e は定数ではなく，距離に依存する関数 $e(r)$ であると解釈することができる．電荷の r 依存性は，繰り込み群方程式 (3.156) を解くことにより計算することができ，詳細は省くが理論と実験は誤差の範囲内で一致している．

B.　高精度計算の例 — ミューオン異常磁気能率 —

QED は最初に確立したゲージ理論であり，これまで長年にわたって検証されてきた．この理論の正しさを最もよく示す例は，ミューオンの異常磁気モーメントの計算である．電子のようにスピンをもつ荷電粒子に磁場をかけると，$\vec{\mu}\cdot\vec{B}$ のポテンシャルが生じスピンが磁場と平行になろうとする．スピンと磁場の相互作用の強さは，磁気能率

$$\vec{\mu} = g_f \frac{e}{2m_f}\vec{s}_f \tag{4.5}$$

で表される．m_f は荷電粒子の質量であり，$\vec{s}_f$ はその粒子のスピンである．g_f は粒子の種類に依存する定数であり，電子やミューオンのような素粒子の場合，ほぼ $g_f = 2$ であることが知られている．

量子補正まで考慮すると，g_f の 2 からのずれを理論的に正確に計算することができ，そのずれは

$$a_f = \frac{g_f - 2}{2} \tag{4.6}$$

と定義され異常磁気能率と呼ばれる．電子やミューオンの異常磁気能率は実験で非常に精度よく測られており，それと QED からの予言を比較することにより理論の妥当性を検証することができる．電子の異常磁気能率は，しばしば微細構造定数を決定する際のインプットとして使われる．

ミューオンの異常磁気能率の実験値と QED の摂動計算に基づく理論予言値は，それぞれ

$$a_\mu^{\mathrm{exp}} = (11\ 659\ 208.9\ \pm 6.3) \times 10^{10} \tag{4.7}$$

$$a_\mu^{\mathrm{QED}} = (11\ 659\ 182.8\ \pm 4.9) \times 10^{10} \tag{4.8}$$

であり[4]，理論値は実験値を 6 桁の精度で再現している．これにより，QED のみならずその枠組みである場の理論の正しさも確立した．ところで，実験値と理論値は非常によく一致している一方で，7 桁目からずれている．この精度になると摂動の高次補正も重要になるが，（もしあれば）標準模型には存在しない未知の粒子も無視できない寄与をする可能性がある．このずれの原因を明らかにするべく，現在も誤差を小さくするため，理論と実験の双方で改善の努力が続いている．

4.2.2 強い力

前節で電磁相互作用は原子の中で原子核と電子を結びつける働きをすると述べたが，この原子核は核子の集まりである．核子とは $+e$ の電荷をもつ陽子と電荷 0 の中性子の総称であり，これらが原子核という空間的に非常に狭い領域に束縛されている．当然，原子核内の陽子間には電磁相互作用により斥力が働く．したがって，原子核が安定に存在するにはこの斥力に打ち勝つ強い引力がなければならない．その正体が強い力である．核子もまた電荷をもつクォーク 3 つからなる複合粒子であることが分かっている．3 つのクォークを核子内に束縛している力もまた強い力である（図 4.4 参照）．3 つのクォークからなる束縛状態はバリオンと呼ばれる．この他にも強い相互作用は，クォークと反クォークからなるメソン（中間子）という束縛状態をつくる．

強い力を導くゲージ変換は，式 (3.131) の t^a を 3×3 行列の $\lambda^a/2\,(a = 1, \cdots, 8)$ に置き換えることで与えられる．ここで λ^a はゲルマン (Gell-Mann) 行列と呼ばれており，その具体形は式 (50) に示した．

ゲルマン行列は $SU(3)$ 群の生成子であり，強い力は $SU(3)$ ゲージ理論として記述される．この理論の性質は「光の三原色」の性質に似ていることから，強い力の理論は量子色力学 (Quantum chromodynamics, QCD) と呼ばれている．

QCD のラグランジアンは，

---

[4] K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, D. Nomura, and T. Teubner: *J. Phys.* G **38** (2011) 085003, [arXiv:1105.3149].

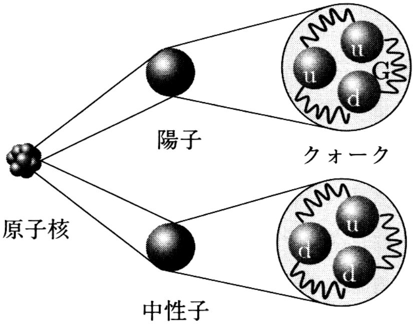


図 4.4　原子核は核子（陽子と中性子の総称）からなり，核子はクォークからなる．

$$\mathcal{L}_{\rm QCD} = \sum_f \bar{f}_i(x) i\gamma^\mu \left(\partial_\mu \delta_{i,j} - i g_3 A^a_{3\,\mu}(x)\frac{\lambda^a_{i,j}}{2}\right) f_j(x) - \frac{1}{4} F^a_{3\,\mu\nu} F_3^{a\,\mu\nu} \tag{4.9}$$

$$F^a_{3\,\mu\nu} = \partial_\mu A^a_{3\,\nu} - \partial_\nu A^a_{3\,\mu} + g_3 f^{abc} A^b_{3\,\mu} A^c_{3\,\nu} \tag{4.10}$$

で与えられる．f の和はすべての強い相互作用をするフェルミオン（つまりクォーク）にわたる．ゲージ変換 $U(x)$ が 3×3 行列なので，クォーク場には内部自由度があり，3 成分のベクトル（$i = 1, 2, 3$ に対応）として表される．ゲージ場の添字 a は生成子の数に応じて 1 から 8 まではしる．つまり，QED の光子は 1 種類しかなかったのに対し，強い相互作用のゲージ場 $A_3^{a\mu}$（グルーオンと呼ばれる）は 8 種類あることになる．また，QED の電荷に対応するものは，ここではカラー荷 $g_3 \lambda^a_{i,j}/2$ であり，この場合ゲージ不変性のためクォークごとに勝手な値をとることができない．$F_3^{a\mu\nu}$ の表式から分かるとおり，ラグランジアンはゲージ場について 3 次や 4 次の相互作用項をもつ．したがって，クォークだけでなくグルーオンもカラー荷をもち，グルーオン自身を吸収/放出する．QCD は以下に説明する「カラーの閉じ込め」という性質をもち，そこでグルーオン (gluon) はカラー荷どうしをくっつける糊 (glue) のような働きをすることから，そう呼ばれている．

A. 漸近自由性

QEDとの大きな違いはカラー荷の反遮蔽である．QCDでもQEDのときと同様に真空の揺らぎによる遮蔽効果が生じる．これに加え，ゲージ場どうしが相互作用することに由来する2次的な効果が反遮蔽をもたらす．この2次的な効果は遮蔽効果よりも大きく，結果としてカラー荷は反遮蔽される[5]．

具体的な計算によると，クォークのフレーバー数が $N_f \leq 16$ のとき反遮蔽効果が勝り，原点にあるカラー荷から遠のくにつれて原点のカラー荷は強く感じられる．逆に，原点に近づくにつれて正味の原点のカラー荷はどんどん小さくなり，近距離の極限ではカラー荷どうしはお互いに影響を及ぼさない自由粒子のように振る舞うのである．この性質を「漸近自由性」といい，このことから高エネルギー散乱ではQCDの摂動展開はよい近似になる．漸近自由性はゲージ場の自己相互作用に起因しており，この性質はすべての非可換ゲージ理論がもち得る特徴である．標準模型では，エネルギースケールにも依るがクォークのフレーバー数は高々6なので，反遮蔽と漸近自由性を示す．

反遮蔽効果を繰り込み群方程式 (3.156) を使って理論的にみてみよう．QCDのベータ関数

$$\mu \frac{dg_{3,R}^2(\mu)}{d\mu} = \beta_3(g_{3,R}^2(\mu)) = b_3^{(1)}\, g_{3,R}^4(\mu) + b_3^{(2)}\, g_{3,R}^6(\mu) + \cdots \tag{4.11}$$

の最初の2つの係数は

$$b_3^{(1)} = -\frac{2}{(4\pi)^2}\left[11 - \frac{2}{3}N_f\right] \tag{4.12}$$

$$b_3^{(2)} = -\frac{2}{(4\pi)^4}\left[102 - \frac{38}{3}N_f\right] \tag{4.13}$$

であり，繰り込みスキームに依らないことが分かっている．ここで，N_f は繰り込みスケール μ よりも軽い質量をもつクォークのフレーバー数である[6]．また，N_f に比例する（しない）項はクォーク（グルーオン）からのベータ関数への寄与であり，$N_f < 16.5$ であれば $b_3^{(1)} < 0$ であることが分かる．$b_3^{(1)} < 0$ の

---

5) 詳しくは，M. E. Peskin, and D. V. Schroeder: *An Introduction to Quantum Field Theory* (Westview press, 1995) 参照．

6) エネルギースケール μ よりも軽いクォークのみが真空偏極に寄与すると仮定している．

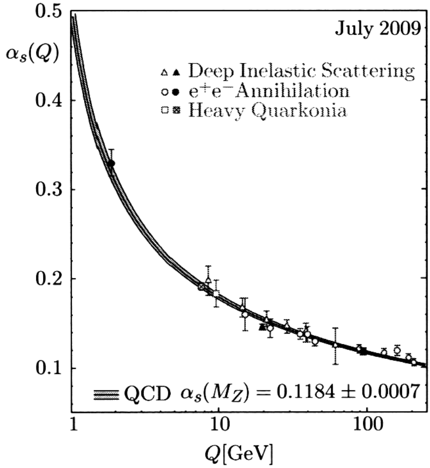


図 4.5　QCD 結合定数のエネルギースケール依存性（出典 S. Bethke: *Eur. Phys. J.* C **64**, 689 (2009) [arXiv:0908.1135 [hep-ph]]. ）．異なるエネルギースケールで得られた実験値が 1 本の曲線（QCD の摂動論に基づく予言）に乗っている．M_Z は次節で紹介する Z ボソン質量．

とき，結合定数が充分小さい領域では，μ が大きくなるにつれて（つまり短距離になるにつれて）結合定数 $g_{3,R}^2(\mu)$ が小さくなることが分かる．これが漸近自由性である[7]．

微分方程式 (4.11) を最低次の近似で解いてみる．$\alpha_{\rm QCD} = g_{3,R}^2/(4\pi)$ を定義すると，$\alpha_{\rm QCD}$ のスケール依存性はあるスケール μ_0 での値 α_0 を基準として

$$\alpha_{\rm QCD}(\mu) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0\, b_3^{(1)} \ln\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)} \tag{4.14}$$

のように振る舞う．もちろん正しく高次補正まで含めて解くことも可能である．式 (4.14) からあるエネルギースケールでの結合定数を与えると，すべてのエネルギースケールでの結合定数の値が予言される．図 4.5 の曲線は高次補正まで取り込んだ $\alpha_s(Q) = g_{3,R}^2(Q)/(4\pi)$ の Q 依存性の QCD の予言である．これに対して，データは 3 つの独立な実験で得られた様々なエネルギースケールでの結合定数であり，実験値と理論値がエネルギースケールの広い領域にわたっ

[7] QED では $b_{\rm QED}^{(1)} > 0$ となるため逆になる．

てよく一致していることが分かる．この一致から，（少なくとも）摂動論が有効であるような高エネルギー領域においては，QCD が正しい理論あることが分かる．

B. 次元変換

次に QCD には「特徴的なエネルギースケール」が存在することをみてみる．微分方程式 (4.11) の両辺を積分すると

$$\ln\left(\frac{\mu_1}{\mu_0}\right) = \int_{g_0^2}^{g_1^2} \frac{dx}{\beta_3(x)} \tag{4.15}$$

が得られる．ここで，$g_i^2 = g_{3,R}^2(\mu_i)$ とした．これを変形していくと，

$$\begin{aligned}
&\mu_0 \exp\left(\frac{1}{b_3^{(1)} g_0^2}\right)\left(-\frac{b_3^{(1)} g_0^2}{2}\right)^{\frac{b_3^{(2)}}{{b_3^{(1)}}^2}} \\
&= \mu_1 \exp\left(\frac{1}{b_3^{(1)} g_1^2}\right)\left(-\frac{b_3^{(1)} g_1^2}{2}\right)^{\frac{b_3^{(2)}}{{b_3^{(1)}}^2}} \\
&\quad \times \exp\left\{-\int_{g_0^2}^{g_1^2} dx \left(\frac{1}{\beta_3(x)} - \frac{1}{b_3^{(1)} x^2} + \frac{b_3^{(2)}}{{b_3^{(1)}}^2 x}\right)\right\}
\end{aligned}$$

を得る．ここで，$\mu_0 \to \infty$ の極限をとると，ある次元をもった量

$$\begin{aligned}
\Lambda_{\mathrm{QCD}} &= \lim_{\mu_0\to\infty} \mu_0 \exp\left(\frac{1}{b_3^{(1)} g_0^2}\right)\left(-\frac{b_3^{(1)} g_0^2}{2}\right)^{\frac{b_3^{(2)}}{{b_3^{(1)}}^2}} \\
&= \mu_1 \exp\left(\frac{1}{b_3^{(1)} g_1^2}\right)\left(-\frac{b_3^{(1)} g_1^2}{2}\right)^{\frac{b_3^{(2)}}{{b_3^{(1)}}^2}} \\
&\quad \times \exp\left\{-\int_{0}^{g_1^2} dx \left(\frac{1}{\beta(x)} - \frac{1}{b_3^{(1)} x^2} + \frac{b_3^{(2)}}{{b_3^{(1)}}^2 x}\right)\right\}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

が定義される．具体的に，あるエネルギースケール μ_1 とそこでの結合定数 g_1^2 を

代入してみると，$\Lambda_{\rm QCD} \sim 500\,{\rm MeV}$ を得る[8)]．このエネルギースケールは，概ね結合定数が発散するスケールになっている．ここまでの計算はすべてのクォーク質量が0であっても成り立つ．したがって，QCDのラグランジアンに質量次元をもつ量が全く存在しなくても，$\Lambda_{\rm QCD}$ という質量次元をもつ量が理論に現れたのである．これは次元変換 (dimensional transmutation) と呼ばれる．

C. カラーの閉じ込め

これまでみてきたように，QCDではグルーオンが自己相互作用をするため，理論の性質がQEDのときと大きく異なる．長距離の物理は低エネルギーの物理と言い換えることができるが，QCDでは低エネルギーにいくほど結合定数が大きくなるため，$O(\Lambda_{\rm QCD}) \sim 1\,{\rm GeV}$ より低いエネルギースケールでは摂動論が破綻し，非自明な現象が起こりうる．実際に起こる現象の代表的なものは，以下で述べる「カラーの閉じ込め」と「カイラル対称性の自発的破れ」である．

強い相互作用は電磁相互作用に比べ非常に強いにもかかわらず，われわれが直接感じることはない．これは強い相互作用に特徴的な「カラーの閉じ込め」が起こっているからである．QCDには3種類のカラー荷がある．このカラー荷を光の三原色，赤，青，緑で表すことにする．この節の冒頭でクォークは3つの成分をもつベクトルであると述べたが，この3つの自由度 ($i=1, 2, 3$) は，赤 (Red) の成分，青 (Blue) の成分，緑 (Green) の成分とみなすことができる．反クォークはこれに対応して，反赤，反青，反緑というカラー荷をもつ．

クォークやグルーオンが実験で直接観測されたことはなく，観測されるのはハドロンのみである．ハドロンとは強い相互作用によるクォークやグルーオンの束縛状態の総称であり，メソンやバリオンのことである．メソンは，赤と反赤，青と反青，または緑と反緑のペアからなっており，いづれも混ぜると正味の色は白である．また，バリオンは赤と青と緑を混ぜたものとみなすことができ，これも正味の色は白である．つまり，カラー荷をもつ粒子が生成されてもすぐに他のカラー荷をもつ粒子と結びつき「白」い束縛状態を形成するため，「カラー」を観測することができないのである．これを「カラーの閉じ込め」と

---

8) $\Lambda_{\rm QCD}$ は繰り込みスキームに依存する．

呼ぶ．

この論理でいくと，観測にかかる条件は「白」いことであり，組み合わせ方に依らないように思われる．すると，グルーオンだけから「白」い状態をつくることも可能なため，グルーオンのみからなる束縛状態，グルーボールの存在が予言されており，実験で探索されている．

ところで白い状態とは，ゲージ変換のもとで変換を受けない $SU(3)$ 1 重項に対応することをみる．$SU(3)$ 変換のもとで $\mathbf{3}$ 表現として変換をするクォーク ψ_i と $\mathbf{3}^*$ 表現として変換する反クォーク ψ^i と $\mathbf{8}$ 表現として変換するグルーオン $g_{ij,k} = \psi_{ijk} + \psi_{jik} - \psi_{kji} - \psi_{jki}$ があるとき，これらからつくられる $SU(3)$ 1 重項を探すと

$$\begin{aligned} \delta_i^j \psi^i \psi_j &\rightarrow \text{クォーク-反クォーク=メソン} \\ \epsilon^{ijk} \psi_i \psi_j \psi_k &\rightarrow \text{クォーク 3 つ=バリオン} \\ \epsilon^{ikl} \epsilon^{jmn} g_{ijk} g_{lmn} &\rightarrow \text{グルーオン-グルーオン=グルーボール} \end{aligned}$$

があり，白い状態とは 1 重項のことであることが分かる．

D.　自発的カイラル対称性の破れ

3.4.3 節で自発的対称性の破れについて紹介したが，これは QCD で実際に起こっていると考えられている．今，簡単のためアップとダウンの 2 つのクォークを含む QCD のラグランジアンを考える．クォークの質量（数 MeV）は小さいとして，当面無視することにする．それぞれのクォーク場を式 (3.48) のように，右巻きと左巻きクォーク場に分離し，アップクォークが上成分，ダウンクォークが下成分になるように書き直すと，クォークの作用は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{quarks}} &= \bar{u}_L(x) i\gamma^\mu D_\mu u_L(x) + \bar{u}_R(x) i\gamma^\mu D_\mu u_R(x) \\ &\quad + \bar{d}_L(x) i\gamma^\mu D_\mu d_L(x) + \bar{d}_R(x) i\gamma^\mu D_\mu d_R(x) \\ &= \bar{\psi}_L(x) i\gamma^\mu D_\mu 1_2 \psi_L(x) + \bar{\psi}_R(x) i\gamma^\mu D_\mu 1_2 \psi_R(x) \end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\bar{\psi}_{L/R}(x) = (\bar{u}_{L/R}(x) \ \ \bar{d}_{L/R}(x)), \quad \psi_{L/R}(x) = \begin{pmatrix} u_{L/R}(x) \\ d_{L/R}(x) \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a(x) \tag{4.19}$$

となる．ここで D_μ は微分項とゲージ相互作用項をまとめたもので，共変微分と呼ばれる．1_2 はフレーバー空間における 2×2 の単位行列を意味する．

$\psi_L(x)$ と $\psi_R(x)$ が完全に分離していることから，各々が独立な大域的対称性をもつことが可能となる．実際，作用は右巻き場と左巻き場に独立な $SU(2)$ の大域的位相変換をしても不変に保たれる．このような対称性をカイラル対称性と呼び[9)]，今の例では $SU_L(2) \times SU_R(2)$ 対称性と書く．

ρ 中間子の質量 $m_\rho \sim 770\,\mathrm{MeV}$ や核子の質量 $m_p \sim m_n \sim 1\,\mathrm{GeV}$ から，メソンやバリオンの典型的な質量は，概ね $O(\Lambda_{\mathrm{QCD}}) \sim 1\,\mathrm{GeV}$ 程度である．ところが，3つある π 中間子の質量 $m_\pi \sim 130\,\mathrm{MeV}$ は例外的に軽い．このことは，カイラル対称性が自発的に破れ，対称相から破れた相への相転移が起こっているとすると説明できる．

相転移の議論では，適切な秩序パラメータを導入し，その値の有無をみる．カイラル相転移の議論ではスカラー演算子の真空期待値

$$\langle \Omega | \bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L | \Omega \rangle = \langle \Omega | \bar{u}u + \bar{d}d | \Omega \rangle \tag{4.20}$$

を秩序パラメータに選ぶ．この演算子は $SU_L(2) \times SU_R(2)$ の位相変換のもとで不変ではないので，もしこの真空期待値が有限な値をもてばカイラル対称性が自発的に破れたことになる．今，真空という低エネルギーの性質を調べているため，摂動論が使えない．こういう状況では格子 QCD による数値シミュレーションが有効である[10)]．この手法を用いた計算の結果，この秩序パラメータは有限の値をもつことが分かった．つまり，作用はカイラル対称性をもつが，真空はもっていないことを意味し，カイラル対称性が自発的に破れていることを意味する．このとき生じるはずの質量のない南部・ゴールドストーン粒子に相当するのが π 中間子であるとすると，他のハドロンに比べて極端に軽いことが

9) 厳密にはクォークは質量項や電磁相互作用があるため，質量や電磁相互作用の大きさの分だけこの対称性は破れているが，それらが十分小さければ以下の議論は近似的に正しい．

10) 格子ゲージ理論のよい入門書として，青木慎也著『格子上の場の理論』（シュプリンガー物理学シリーズ，2005 年）を挙げる．

説明できる[11)].

秩序パラメータが有限の値をもつとき，対称性が破れた相の真空ではクォーク-反クォーク対が時空を埋め尽くしている（凝縮している）と考えられ，（対称相の）何もない真空とは大きく異なる．クォーク-反クォーク対が凝縮している中をカラー荷をもつ粒子が伝搬しようとすると，対凝縮に邪魔されて，まるで質量を得たかのように振る舞うことが期待される．増えた質量を厳密に定義し，値を正確に評価することは難しいが，QCD の特徴的なエネルギースケール $\Lambda_{\mathrm{QCD}} \sim O(1\,\mathrm{GeV})$ 程度の質量を得ると考えるのが自然であり，多くのハドロン質量が $O(1\,\mathrm{GeV})$ であることと矛盾がない[12)].

4.2.3 弱い力

弱い力を導くゲージ変換は，式 (3.131) の t^a を 2×2 のパウリ行列（の 1/2）$\sigma^a/2$ $(a = 1, 2, 3)$ に置き換えることで与えられる．したがって，弱い相互作用の理論は $SU(2)$ のゲージ不変性を課すことにより導かれるゲージ理論であり，この相互作用を媒介するゲージ場はウィークボソンと呼ばれる．以下で説明するようにウィークボソンには質量があり，ゲージ対称性は破れている．そのため強い相互作用とも電磁相互作用ともその性質は大きく異なる．ゲージ変換の定義において 2×2 行列を導入したので，弱い相互作用をするフェルミオン場もこれに応じて 2 成分のベクトルとなる．この 2 成分ベクトルは，アイソスピン 2 重項と呼ばれる．

$SU(2)$ ゲージ対称性がどのように破れるかについては次節以降で述べるが，標準模型では弱い相互作用も破れる前は QED や QCD のように質量のないゲージボソンを伴う普通のゲージ理論であったと考える．これを認めると，破れる前の弱い相互作用のラグランジアンは，

$$\mathcal{L}_{\mathrm{weak}} = \sum_f \bar{q}_{f_i}(x) i\gamma^\mu \left(\partial_\mu \delta_{i,j} - ig_2 W^a{}_\mu(x) \frac{\sigma^a_{i,j}}{2}\right) P_L q_{f_j}(x)$$

11) 実際の π メソンの質量が 0 でないのは，アップとダウンの質量が 0 ではないことと電磁相互作用に起因している．

12) ここで紹介したのはひとつの直感的な見方であり，厳密な議論に基づくものではない．

表 4.1　P, C, CP 変換性.

	P	C	CP
∂_μ	∂^μ	∂_μ	∂^μ
V_{12}^μ	$V_{12\,\mu}$	$-V_{21}^\mu$	$-V_{21\,\mu}$
A_{12}^μ	$-A_{12\,\mu}$	A_{21}^μ	$-A_{21\,\mu}$
$W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2}$	$W^{a\mu}\dfrac{\sigma^a}{2}$	$-W^a{}_\mu \dfrac{\sigma^{aT}}{2}$	$-W^{a\mu}\dfrac{\sigma^{aT}}{2}$

$$-\frac{1}{4}F^a_{2\ \mu\nu}F_2^{a\mu\nu} \tag{4.21}$$

で与えられる．f の和はすべてのアイソスピン 2 重項にわたる（詳しくは後述）．$F_2^{a\mu\nu}$ は式 (3.138) の $F^{a\mu\nu}$ において

$$A^a \to W^a, \quad f^{abc} \to \epsilon^{abc}, \quad g \to g_2 \tag{4.22}$$

の置き換えをしたものであり，QCD のとき同様ゲージ場は自己相互作用をする．

弱い相互作用の特徴のひとつは，作用のフェルミオン部分に $P_L = \dfrac{1-\gamma_5}{2}$ の因子がある点である．このことは，ウィークボゾンは左巻きフェルミオン（と右巻き反フェルミオン）としか結合しないことを意味する．これに対し，光子やグルーオンは左巻きフェルミオンとも右巻きフェルミオンとも同じ強さで結合している，とみることもできる．

P_L の因子が入ると何が起こるのかを調べてみる．その準備として，

$$\partial_\mu, \quad V_{12}^\mu = \bar{\psi}_1\gamma_\mu\psi_2, \quad A_{12}^\mu = \bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_5\psi_2, \quad W_\mu^a(x)\frac{\sigma^a}{2} \tag{4.23}$$

がそれぞれ空間反転（P 変換），荷電共役変換（C 変換），CP 変換のもとでどう変換されるかをみてみる．導出は省略するが，結果は表 4.1 のようになる．ここで，^{T} は行列の転置を意味する．C 変換のもとでは，V_{12}^μ, A_{12}^μ を構成するフェルミオンの順番が入れ替わる $(1 \leftrightarrow 2)$ 点，これに伴い微分演算子がかかるフェルミオン場が右から左へ移動する点，さらにはウィークボゾンにかかっているパウリ行列 (σ) が転置される点に注意する必要がある．式 (4.21) は $V^\mu - A^\mu$ を含んでいることに留意しつつ，この変換を適用すると，式 (4.21) は P または C 変換のもとでは不変ではなく，ちょうど $P_L \to P_R$ の置き換えをしたもの

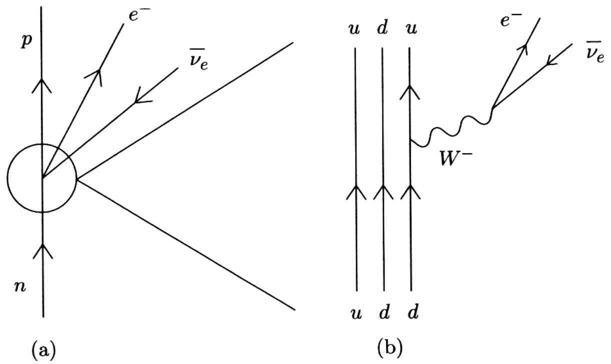


図 4.6　(a) ハドロンレベル，(b) クォークレベルでの中性子のベータ崩壊．

になる．P_L の項と P_R の項の両方があるQEDやQCDラグランジアンは，P または C 変換のもとで不変になる．C 変換と P 変換を組み合わせた CP 変換のもとでは，式 (4.21) は不変になる．ただしフェルミオンが 3 世代以上ある場合は状況が変わる（4.4.1 節参照）．

弱い相互作用の最も身近な例は，中性子が崩壊して電子と反電子ニュートリノと陽子になるベータ崩壊

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e \tag{4.24}$$

である (図 4.6(a))．この崩壊をより細かくみると，まず中性子内のダウンクォーク d がウィークボゾン W を放出してアップクォーク u になり，中性子 n が陽子 p に変化する（図 4.6(b))．次に放出された W ボゾンが電子 e と反電子ニュートリノ $\bar{\nu}_e$ に崩壊する．つまり素過程としては

$$d \to u + W^- \to u + e^- + \bar{\nu}_e \tag{4.25}$$

が起こっている．W を放出する前のダウンクォーク ($Q_d = -1/3$) と放出した後のアップクォーク ($Q_u = +2/3$) の間でフェルミオンの電荷とフレーバーが変わっている．電荷が頂点で保存するならば，放出された W は $-e$ の電荷をもっているはずである．その後，W は電荷の合計が $-e$ のペア（$-e$ の電子と電荷 0 の反電子ニュートリノ）へ崩壊している．電荷が e を単位として 1 だけ

違うペア，今の例では (u,d) のペアと (e,ν_e) のペアが，アイソスピン 2 重項を組んでいるとすると辻褄があう．すべてのフェルミオンは弱い相互作用をするので，すべてのクォークとレプトンには電荷が e だけ違うペアがいる．

第 1 章でふれたように，標準模型には電荷をもつウィークボゾン $W^{\pm}$ に加え，電気的に中性な Z ボゾンがあり，それらの質量は

$$M_{W^{\pm}} = 80.33 \pm 0.15 \text{ GeV}, \quad M_Z = 91.187 \pm 0.007 \text{ GeV} \tag{4.26}$$

であることが分かっている．ゲージ場に質量項があると，ゲージ変換のもとでラグランジアンは不変にならないので，$SU(2)$ ゲージ対称性は破れていなければならない．標準模型は，ウィークボゾンが質量をもつ仕組みだけでなく，$M_{W^{\pm}}$ と M_Z の微妙な質量の違いまでも見事に説明する．

ベータ崩壊は $W^{\pm}$ ボゾンを介すると述べたが，質量 $M_n \sim 1$ GeV の中性子が $M_{W^{\pm}} \sim 100\,\text{GeV}$ の $W^{\pm}$ ボゾンを放出するのはエネルギー保存則を破っているように思うかもしれない．ところが，3.5.4 節でもふれたように，不確定性関係 $\Delta E\,\Delta t \geq \hbar/2$ によると，$\Delta t \geq 1/\Delta E \geq 1/(M_W^{\pm} - M_n)$ という短い時間内であれば $W^{\pm}$ ボゾンは存在してもよい．Δt が非常に短いため，中性子が $W^{\pm}$ を放出する点と $W^{\pm}$ がレプトンペアに崩壊する点は空間上のほぼ同じ点となる．このためしばらくの間 $W^{\pm}$ の存在は認識されず，中性子と陽子とレプトンペアが何も媒介せずに直接相互作用する 4 体フェルミ相互作用があると思われていた．$W^{\pm}$ ボゾンを介する崩壊振幅は $1/M_W^2$ に比例するため，M_W が重ければ重いほど起こりにくくなる．つまり，相互作用は弱くなると解釈できる．したがって，“弱い” 相互作用が弱い理由はウィークボゾンが重いことによる．

ゲージ場が質量をもったり，4 体フェルミ相互作用があるような理論は，繰り込み可能でない．標準模型にたどり着くまでには紆余曲折があったが，次節で紹介する自発的対称性の破れを導入することにより，この問題は解決された．

A.　ヘリシティ抑制

第 1 章で述べたように弱い相互作用では空間反転（P 変換）対称性と荷電共役（C 変換）対称性が破れている（1.6.2 節参照）．これは先に紹介したように，弱い相互作用 (4.21) には P_L の因子があることが原因であった．以下では，こ

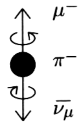


図 4.7 荷電 π^- 中間子のレプトン対への崩壊.

れに付随するヘリシティ抑制と呼ばれる現象について紹介する.

π^- の崩壊を π^- の静止系でみてみる（図 4.7 参照）. 式 (4.21) によるとスピン 0 の π^- は左巻きミューオンと右巻き反ニュートリノに崩壊するはずであるが, 実際にはそれは起こらない. これは, 角運動量保存とミューオンおよびニュートリノの質量を考慮すると以下のように説明できる.

まず始状態の π^- のスピンは 0 なので, 終状態全体の角運動量も 0 でなければならない. したがって, 弱い相互作用で生成された終状態の左巻きミューオンか右巻き反ニュートリノのどちらかにおいて, スピンの反転が起こらなければならない. 質量が 0 のとき, 右巻き場と左巻き場は完全に分離しているので, 質量が有限でない限りこの反転は起こらない. 反転のしやすさは質量に比例するため, この反転が常にミューオンに起こっていることから,（反）ニュートリノの質量は少なくとも $m_\mu(m_e)$ に比べて無視できるくらい小さいということになる. π^- は電子と反ニュートリノのペアにも崩壊するが, ミューオンへの崩壊率と比べると, 非常に小さい（つまり, 抑制される）. このように質量が軽いために抑制される現象はヘリシティ抑制と呼ばれ, 弱い相互作用を介した崩壊でしばしばみられる.

4.3 質量の起源と電弱理論

4.2.3 節で, 弱い力はラグランジアンに $SU(2)$ ゲージ不変性を課すことにより導かれる相互作用であるが, $W^\pm$ ボゾンと Z ボゾンが質量をもっていることからその不変性は破れていることを述べた. ウィークボゾンはもともと質量をもたなかったが, 何らかの理由により $SU(2)$ ゲージ対称性が破れ, 質量をもったと考えるのが自然である. また, この $SU(2)$ ゲージ変換により, 左巻きフェ

ルミオン場のみが変換を受けることから，フェルミオンに質量項があるとこの項はゲージ不変にならない．このことから，右巻きと左巻きフェルミオンはもともと独立な自由度であり，すべてのフェルミオン場もまた質量が 0 であったと考えるのが自然である．

上記の予測と観測事実の間にあるギャップを埋めるためには，$SU(2)$ ゲージ対称性を破り，ウィークボゾンとフェルミオンに質量を与える仕組みが必要となる．前者を可能にする仕組みは，1963 年までに物性分野でアンダーソン (P. W. Anderson) により提唱されていた考えを，1964 年に 3 つのグループ[13)] が独立に相対論的場の理論へ一般化した「ヒッグス機構」で与えられる．

この機構ではスピン 0 のスカラー粒子が重要な役割を果たすが，その粒子はヒッグス粒子と呼ばれる．ヒッグス機構により単に $SU(2)$ ゲージ対称性が破れる，というだけでは荷電ウィークボゾン $W^{\pm}$ と中性ウィークボゾン Z は縮退してしまい，実験値 (4.26) を再現しない．グラショウ（S. L. Glashow, 1961 年），ワインバーグ（S. Weinberg, 1967 年），サラム（A. Salam, 1968 年）により提案された電弱理論では，電磁相互作用と弱い相互作用が深く関係しており，正しい質量比 $M_{W^{\pm}}/M_Z$ のみならず様々な実験結果を再現することが分かった．以下では，標準模型の要であるヒッグス機構と電弱理論について紹介する．

4.3.1 ヒッグス機構

これまで紹介してきた素粒子と違い，ヒッグス粒子はスピン 0 のスカラー粒子である．ヒッグス粒子は 3.4.3 節の例と同様にして真空期待値を獲得し，自発的対称性の破れを誘発する．したがって，そのポテンシャルはヒッグス場が真空期待値をもつようにつくられていなければならない．まずはポテンシャル項からみてみる．

A. ヒッグスポテンシャル項

以下の議論では，ヒッグス場とゲージ場およびフェルミオン場との相互作用

---

13) F. エングラート (F. Englert) と R. ブロート (R. Brout), G. S. グラルニク (G. S. Guralnik) と C. R. ヘイゲン (C. R. Hagen) と T. W. B. キブル (T. W. B. Kibble), P. ヒッグス (P. Higgs) の 3 グループ．

による影響は小さいとして無視する．

ヒッグス場が真空期待値をもつことにより $SU(2)$ ゲージ対称性が破れることを想定しているので，ヒッグス場 Φ は $SU(2)$ ゲージ変換のもとでアイソスピン 2 重項として変換されると仮定し[14]，

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{1r} + i\phi_{1i} \\ \phi_{2r} + i\phi_{2i} \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

と書くことにする．ここで，ϕ_{1r}, ϕ_{1i} は上成分の実部と虚部であり，ϕ_{2r}, ϕ_{2i} は下成分の実部と虚部である．対称性が破れる前のポテンシャルは $SU(2)$ ゲージ変換のもとで不変でなければならないが[15]，ポテンシャルが $\Phi^\dagger\Phi$ の関数であればこの不変性は自動的に保たれる．すると，ゲージ不変で繰り込み可能[16]なポテンシャルの一般形は

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \tag{4.28}$$

となる．第 2 項はヒッグス場の 4 点自己相互作用を表しており，$\lambda > 0$ はその結合定数である[17]．第 1 項は，$\mu^2 < 0$ のとき，ヒッグス粒子の質量 $(m_\Phi^2 = -\mu^2)$ と解釈されるが，このときポテンシャルは図 3.2(a) のようになり極小値は $\langle\Omega|\Phi^\dagger\Phi|\Omega\rangle = 0$ のとき実現され，ヒッグス粒子は真空期待値をもたず，$SU(2)$ ゲージ対称性は破れない．一方 $\mu^2 > 0$ のとき，ポテンシャルは図 3.2(b) のようになる．以下では後者の場合を考える．

3.4.3 節と同様に，ポテンシャルの極小値とそこでの $\Phi^\dagger\Phi$ の値を求めると，極小値の条件から

$$\frac{dV(x)}{dx} = 0 \to -\mu^2 + 2\lambda x = 0, \quad \frac{d^2V(x)}{dx^2} > 0 \to 2\lambda > 0 \tag{4.29}$$

$(x = \Phi^\dagger\Phi)$ を得る．第 1 式から，真空期待値は

$$\langle\Omega|\Phi^\dagger\Phi|\Omega\rangle = \langle\Omega|\left(\phi_{1r}^2 + \phi_{1i}^2 + \phi_{2r}^2 + \phi_{2i}^2\right)|\Omega\rangle = \frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2} \tag{4.30}$$

14) 具体的には式 (4.36) のように変換する．
15) そうでないと自発的対称性の破れにはならないため．
16) 詳細は省略するが，理論に現れるすべての結合定数の質量次元が 0 以上のとき，（一部の例外を除いて）理論は繰り込み可能となる．
17) $\lambda < 0$ だと，真空が不安定になってしまう．

となる．

3.4.3 節の議論と同様に，真空の配位として ϕ_{2r} のみが真空期待値をとるように選び，場が「真空のまわりの揺らぎ」を表すように場を再定義する．さらに，以下の議論を簡単にするため

$$\Phi = U^{-1}(\chi^a)\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{4.31}$$

$$U(\chi^a) = \exp\left(i\frac{\chi^a}{v}\frac{\sigma^a}{2}\right) \tag{4.32}$$

という書き換えをする．複雑な書き換えにみえるが，もともと $\phi_{1r,1i,2r,2i}$ で表されていた 4 つの（揺らぎの）自由度を真空期待値が 0 の場 $\chi^{1,2,3}$, h の 4 つで書き直しただけである．これらを使ってポテンシャル項全体を書き直すと，

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \frac{2\mu^2}{2}h^2 + \lambda v h^3 + \frac{\lambda}{4}h^4 - \frac{\mu^2 v^2}{4} \tag{4.33}$$

となる．ここでヒッグス場 h に依存しない項は真空のエネルギー密度と解釈されるものであり，これ以降無視する．右辺第 1 項の h^2 の係数は（$\mu^2 > 0$ なので）正であり，h の質量項とみなせる．この実スカラー場 h がヒッグス粒子であり，その質量は

$$m_h = \sqrt{2}\mu = v\sqrt{2\lambda} \tag{4.34}$$

で与えられる．残念ながらこの表式には理論的には決まらない任意のパラメータ（μ^2 または λ）が含まれているため，これらに関する実験からの情報がない限り質量を予言することはできない．

先に導入したスカラー場 χ^a に対する質量項は出ない．これは，χ^a が自発的対称性の破れに伴う南部・ゴールドストーン粒子となるからである．

B. ヒッグス運動項

次にヒッグス場の運動項に着目し，ゲージ相互作用を導入する．もし相互作用がなければクライン–ゴルドン方程式に従うはずなので，ラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{h\text{-kin}} = (\partial^\mu\Phi)^\dagger(\partial_\mu\Phi) \tag{4.35}$$

である．先にふれたように，ヒッグスは $SU(2)$ ゲージ変換のもとで

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \to \exp\left(-i\epsilon^a(x)\frac{\sigma^a}{2}\right)\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \tag{4.36}$$

のように 2 重項として変換するよう導入したので，微分演算子を共変微分に置き換える $\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - ig_2 W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2}$．

フェルミオン場のアイソスピン 2 重項は電荷が $\pm e$ 違うペアからなっていたので，ヒッグス 2 重項でもそうなるよう，$Q_{\phi_1} = +1, Q_{\phi_2} = 0$ としてみる．するとこの上成分は当然電磁相互作用を媒介する光子場と相互作用するはずなので，$U_{\mathrm{QED}}(1)$ ゲージ不変性も課してみる．ところが，このとき ϕ_1 と ϕ_2 が異なる電荷をもっていることに由来して，$SU(2)$ ゲージ不変性が成り立たなくなってしまう．このため，この段階で電磁相互作用を導入することを諦めて，ϕ_1 と ϕ_2 が同じ荷量をもつような別の $U(1)$ ゲージ相互作用を導入することにする（敢えて導入する理由はすぐに明らかになる）．この新たな荷量をハイパーチャージと呼ぶことにし，Φ のハイパーチャージを $Y_\Phi g_Y$ とする．$U(1)$ ゲージ不変性も課したので，スカラー場の共変微分は

$$D_\mu^\Phi = \partial_\mu 1_2 - ig_2 W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} - iY_\Phi g_Y B_\mu 1_2 \tag{4.37}$$

となる．ここで，ハイパーチャージに対応した新たな $U_Y(1)$ ゲージ場を B_μ とした．また，以下では慣用により $Y_\Phi = 1/2$ とする．

ヒッグス場が真空期待値をもったとき，ラグランジアンがどう変形されるかをみるために，式 (4.35) の微分を共変微分 (4.37) に置き換え，さらにスカラー 2 重項を式 (4.31) で書き換える．このままだと表式が少し複雑なので $SU(2)$ のゲージ自由度を利用して簡単にする[18]．ここでは，式 (4.31) における $U^{-1}(\chi^a)$ の因子がちょうど相殺するようなゲージ（ユニタリー・ゲージ）を選ぶことにする．これはラグランジアンにおいて

$$\Phi \to U(\chi^a)\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \Phi' \tag{4.38}$$

[18] ゲージ理論はゲージ変換のもとで不変なので，計算しやすい「便利なゲージ」を選ぶ自由度がある．

$$
\begin{aligned}
W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} &\to U(\chi^a) W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} U^\dagger(\chi^a) - \frac{i}{g_2}(\partial_\mu U(\chi^a))U^\dagger(\chi^a) \\
&= W_\mu'^{\,a} \frac{\sigma^a}{2} \qquad (4.39)
\end{aligned}
$$

の置き換えをすることにより実現される．以下では，プライム ($'$) を省略する．上記の置き換えをし，関係式

$$
\partial_\mu \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial_\mu h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \qquad (4.40)
$$

$$
\begin{aligned}
W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} {W_\mu}^3 & {W_\mu}^1 - i{W_\mu}^2 \\ {W_\mu}^1 + i{W_\mu}^2 & -{W_\mu}^3 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}{W_\mu}^3 & \frac{1}{\sqrt{2}}{W_\mu}^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}{W_\mu}^- & -\frac{1}{2}{W_\mu}^3 \end{pmatrix} \qquad (4.41)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^b \frac{\sigma^b}{2} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}{W_\mu}^3 & \frac{1}{\sqrt{2}}{W_\mu}^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}{W_\mu}^- & -\frac{1}{2}{W_\mu}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}{W_\mu}^3 & \frac{1}{\sqrt{2}}{W_\mu}^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}{W_\mu}^- & -\frac{1}{2}{W_\mu}^3 \end{pmatrix} \\
&= \left(\frac{1}{4} W^{3\mu} {W^3}_\mu + \frac{1}{2} W^{+\mu} {W^-}_\mu \right) 1_2 \qquad (4.42)
\end{aligned}
$$

$$
W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \left({W^1}_\mu \mp i {W^2}_\mu \right) \qquad (4.43)
$$

を用いると，ヒッグス場の運動項は，

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{h\text{-kin}} &= (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) \\
&= \frac{1}{2}(\partial^\mu h)(\partial_\mu h) + (h^2 + 2vh + v^2) \frac{g_2^2}{4} W^{+\mu} {W^-}_\mu \\
&\quad + \frac{h^2 + 2vh + v^2}{8} (W^{3\mu} \ B^\mu) \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_Y g_2 \\ -g_Y g_2 & g_Y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}
\end{aligned}
\qquad (4.44)
$$

となる．

ここで，それぞれの項の物理的な意味を考えてみよう．第 1 項は，実スカラー場 h の運動項である．第 2 項のうち $h^2 W^+ \cdot W^-$ に比例する項は，$g_2^2/4$ を結合

定数とするヒッグスと $W^{\pm}$ ボゾンとの 4 点相互作用を表す．同様に $hW^{+\mu}W^{-}_{\mu}$ に比例する項は，$g_2^2 v/4$ を結合定数とする 3 点相互作用である．h を含まない $W^{\pm}$ ボゾンについて 2 次の項は，$W^{\pm}$ ボゾンの質量項と解釈することができ，その質量は

$$M_{W^{\pm}} = \frac{g_2 v}{2} \tag{4.45}$$

ということになる．つまり，もともと質量をもたなかった $SU(2)$ ゲージボゾンは，ヒッグス場が真空期待値をもつことにより，$SU(2)$ のゲージ対称性が破れ，その真空期待値に比例した質量を獲得したのである．

式 (4.44) の第 3 項も同様に解釈される．もともとのラグランジアンには $W^3 \cdot B$ という項はなかったが，ヒッグス場が真空期待値をもった結果現れた．このように異なる場からなる場についての 2 次の項は，W^3 として生成されたものがある点で消滅し，その同じ点で B が生成される（またその逆）ことを意味する．つまり，W^3 は B になったり W^3 に戻ったり（その逆も可）を繰り返しながら伝搬することを意味している．このような現象を W^3 ボゾンと B ボゾンが混合しているという．

このままだと扱いにくいので，微分を含まない場について 2 次の項が対角的になるように場を再定義する．式 (4.44) の第 3 項の行列をユニタリー変換 U を使って対角化すると，

$$\begin{aligned}
&(W^{3\mu}\ B^{\mu})U^{\dagger}U \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_Y g_2 \\ -g_Y g_2 & g_Y^2 \end{pmatrix} U^{\dagger}U \begin{pmatrix} W^3{}_{\mu} \\ B_{\mu} \end{pmatrix} \\
&= (Z^{\mu}\ A^{\mu}) \begin{pmatrix} g_2^2 + g_Y^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{\mu} \\ A_{\mu} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.46}$$

を得る．ここで，U と新たに導入した Z，A 場は，

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} \begin{pmatrix} g_2 & -g_Y \\ g_Y & g_2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{4.47}$$

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos\theta_W - B_\mu \sin\theta_W \tag{4.48}$$

$$A_\mu = W_\mu^3 \sin\theta_W + B_\mu \cos\theta_W \tag{4.49}$$

となる．ここで，θ_W は

$$\cos\theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}}, \quad \sin\theta_W = \frac{g_Y}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} \tag{4.50}$$

で定義される角度であり，ワインバーグ角と呼ばれる．これらを式 (4.44) の第 3 項に代入すると，Z ボソンと A ボソンの質量がそれぞれ

$$M_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g_2^2 + g_Y^2} \tag{4.51}$$

$$M_A = 0 \tag{4.52}$$

であることが読み取れる．つまり，W^3 と B の線型結合のうち 1 つ（A ボソン）は質量をもたないのである．A ボソンは群に関する添字をもたないことから，破れていない $U(1)$ ゲージ対称性の存在を暗示する．実は以下でみるように，質量をもつ Z ボソンは中性のウィークボソンであり，質量のない A ボソンは QED の光子と同定することができる．

最終的にヒッグス場の運動項は，

$$\mathcal{L}_{h\text{-kin}} = \frac{1}{2}(\partial^\mu h)(\partial_\mu h) + \frac{h^2 + 2vh + v^2}{4}\left(g_2^2 W^{+\mu} W^-{}_\mu + \frac{1}{2}(g_2^2 + g_Y^2) Z^\mu Z_\mu\right) \tag{4.53}$$

となる．ここで，$W^\pm$ ボソンと Z ボソンの質量項に注目すると，その質量比は

$$\frac{M_W^\pm}{M_Z} = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} = \cos\theta_W \tag{4.54}$$

となる．また式 (4.53) から $W^\pm$ ボソンと Z ボソンのヒッグス粒子との結合定数の比は（摂動の最低次では）$\cos^2\theta_W$ に比例することが分かる．$SU(2)$ と $U_Y(1)$ のゲージ場の運動項を $W^\pm$, Z, A で書き直すと，それぞれの運動項とゲージ場どうしの相互作用が分かるが，ここでは省略する．

ところで，$\phi_{1r,1i,2r,2i}$ の自由度を式 (4.31) で $\chi^{1,2,3}$, h で書き直したが，$\chi^{1,2,3}$

がラグランジアンのどこにも現れないので自由度が3つ減ったようにみえる．ところが，もともと質量をもたない W^a ボゾンと B ボゾンの物理的な自由度は合わせて8であったのに対し[19]，対称性が破れた後の自由度は質量をもつ $W^\pm$, Z と質量0の A があるので合計で11となり3増えている．したがって，物理的自由度の合計は対称性が破れる前後で保存している．これは，$\chi^{1,2,3}$ の自由度が自発的対称性の破れにおける南部・ゴールドストーンボゾンになった後に，$W^\pm$ と Z に（縦波成分として）吸収された，と解釈することができる．このように南部・ゴールドストン粒子を吸収してゲージ場が質量を獲得する機構をヒッグス機構と呼ぶ．

4.3.2 湯川相互作用

前節ではヒッグス機構を通してウィークボゾンが質量を獲得することをみた．4.3.1節で，ヒッグス場は（左巻きフェルミオン場と同様に）アイソスピン2重項として導入され，このうち下成分が真空期待値をもつようにした．また，ヒッグス場が真空期待値を獲得する前の全ラグランジアンは $SU(2) \times U_Y(1)$ ゲージ変換のもとで対称であることを要請した．以下では，この要請のもとでフェルミオンがどのようにして質量をもつのかについてみてみる．

例としてクォークが1世代しかない場合を考える．式(3.49)から分かるように，質量項は右巻き場と左巻き場の混合項として書かれていた．また，左巻きクォーク場はアイソスピン2重項の形でラグランジアンに現れる．そこで，アップとダウンの質量項を左巻きアイソスピン2重項と右巻き場を使って強引に書き下すと

$$
\begin{aligned}
(\text{質量項}) &= -\sum_{f=u,d} m_f \bar{f} f = -\sum_{f=u,d} m_f \left(\bar{f}_R f_L + \bar{f}_L f_R\right) \qquad (4.55)\\
&= -\Bigg[\begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{d}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ m_d \end{pmatrix} d_R + \bar{d}_R \begin{pmatrix} 0 & m_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

---

19) 質量をもたない粒子の物理的自由度は2つの横波に対応して2であるのに対し，質量をもつベクトル場には縦波に対応する自由度が加わり3になる．

$$+\left(\bar{u}_L \quad \bar{d}_L\right)\begin{pmatrix} m_u \\ 0 \end{pmatrix} u_R + \bar{u}_R\left(m_u \quad 0\right)\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}\Bigg] \tag{4.56}$$

となる．この表式から，m_u または m_d を含む 2 成分ベクトルをヒッグス 2 重項に置き換えればうまく質量項をつくれそうである．

以下のようにすると実際につくれる．まず左巻き反クォーク場とヒッグス場をうまく組み合わせて $SU(2)$ ゲージ変換のもとで不変な項をつくる．次にローレンツ不変にするために，$SU(2)$ で変換されない右巻きフェルミオン場を組み合わせる．さらに，ヒッグス 2 重項はハイパーチャージ $Y_\Phi = 1/2$ をもっているので，このままではこの項は $U_Y(1)$ ゲージ変換のもとで不変にならない．このため，左巻きアイソスピン 2 重項のクォークと右巻きダウンクォークにそれぞれハイパーチャージ Y_{q_L}, Y_{d_R} をもたせ，それらの間に

$$Y_{q_L} - Y_{d_R} = Y_\Phi = \frac{1}{2} \tag{4.57}$$

の関係をもたせることにする．すると，$SU(2) \times U_Y(1)$ 不変（かつ，ローレンツ不変）な項

$$y_d\left(\bar{u}_L \quad \bar{d}_L\right)\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} d_R + y_d^* \bar{d}_R\left(\phi_1^* \quad \phi_2^*\right)\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \tag{4.58}$$

を構成できる．ここで，結合定数 y_d を導入した．y_d は一般に複素数であるが，y_d の複素位相はクォーク場の非物理的な位相の再定義で消せるので，常に正の実数にとることができる．式 (4.58) にヒッグス場の真空期待値

$$\begin{pmatrix} \langle\phi_1\rangle \\ \langle\phi_2\rangle \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{4.59}$$

を代入すると，ダウンタイプクォークに $|y_d|\,v\,\bar{d}d$ という質量項が現れる．ここで暗にユニタリーゲージをとったことを，等号ではなく矢印で表した．

ヒッグス場は下成分にしか真空期待値をもたないので，このままでは上成分に真空期待値をもつヒッグス場を必要とするアップクォークの質量項をつくれない．アップクォークに質量を与えるために別のスカラー場を導入する，という

選択肢もあるが，以下のようにすると導入せずにすむ．ヒッグス場 Φ を用いて

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2\Phi^* = i\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi_1^* \\ \phi_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^* \\ -\phi_1^* \end{pmatrix} \tag{4.60}$$

を定義すると，これは $SU(2)$ ゲージ変換 (4.36) のもとで

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi} \to\ & i\sigma^2 \exp\left(i\epsilon^a(x)\frac{\sigma^{a*}}{2}\right)\begin{pmatrix} \phi_1^* \\ \phi_2^* \end{pmatrix} \\ =\ & \exp\left(-i\epsilon^a(x)\frac{\sigma^a}{2}\right) i\sigma^2 \begin{pmatrix} \phi_1^* \\ \phi_2^* \end{pmatrix} \\ =\ & \exp\left(-i\epsilon^a(x)\frac{\sigma^a}{2}\right)\begin{pmatrix} \phi_2^* \\ -\phi_1^* \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.61}$$

の変換をする．つまり，Φ をゲージ変換すると，$\tilde{\Phi}$ も Φ と全く同じ変換をする．また，$\tilde{\Phi}$ は $U_Y(1)$ 変換のもとでは Φ とは逆位相の変換をする．すでに導入した左巻きクォーク 2 重項のハイパーチャージに加え，右巻きアップクォークにもこれを導入し，その間に

$$-Y_{q_L} + Y_{u_R} = Y_\Phi = \frac{1}{2} \tag{4.62}$$

の関係を置くことにすると，$SU(2) \times U_Y(1)$ ゲージ変換のもとで不変な項として

$$y_u \left(\bar{u}_L \quad \bar{d}_L\right) i\sigma^2 \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}^* u_R + \text{h.c.} \tag{4.63}$$

を組むことができる[20)]．y_u の複素位相をクォーク場の再定義で消し，式 (4.59) を代入すると，アップクォークの質量項 $|y_u|\, v\, \bar{u}u$ が現れる．

このように右巻き場と左巻き場からつくられる質量項をディラック質量項という．レプトンについても，アップクォークをニュートリノに，ダウンクォークを電子に置き換えれば，全く同じ手続きによりディラック質量をもたせるこ

20) h.c. は第 1 項のエルミート共役の意．

とができる．ただし，見つかっていない右巻きニュートリノがもし存在しなければ，ニュートリノはディラック質量をもつことができない．

フェルミオンに質量をもたせるため，上記のようにフェルミオン・フェルミオン・スカラーという相互作用が導入された．この構造は，1935 年に湯川秀樹が強い相互作用を記述する模型として考案した湯川理論における，核子・核子・π 中間子相互作用と同じ構造であることにちなんで，湯川相互作用と呼ばれる．また，$y_{u,d}$ は湯川結合定数と呼ばれ，フェルミオンとヒッグスの相互作用の強さを表す．

ところで，電磁相互作用や強い相互作用に付随したゲージ対称性は破れていないので，湯川相互作用項もこれらのゲージ変換のもとで不変でなければならない．Q_f をフェルミオン f の電荷（を e で割ったもの）とすると $U_{\mathrm{QED}}(1)$ ゲージ変換

$$f_{L,R} \to \exp(-iQ_f\epsilon)f_{L,R}, \quad \bar{f}_{L,R} \to \exp(+iQ_f\epsilon)f_{L,R} \tag{4.64}$$

のもとで湯川相互作用項が不変になるには，スカラー場は

$$\phi_1 \to \exp(-iQ_{\phi_1}\epsilon)\phi_1, \quad \phi_2 \to \exp(-iQ_{\phi_2}\epsilon)\phi_2 \tag{4.65}$$

と変換し，$Q_{\phi_1} = 1, Q_{\phi_2} = 0$ でなければならない．したがって，ϕ_1 は $+e$ に帯電する荷電スカラー場，ϕ_2 は中性複素スカラー場となる．同様の議論から，ヒッグス場は強い相互作用の $SU(3)$ ゲージ変換のもとでは変換しない，つまりカラー的に中性でなければならないことが導かれる．

4.3.3 電弱理論

次に，式 (4.49) で W^3 と B の線形結合として定義された，質量をもたない A ボゾンが，フェルミオンのハイパーチャージをうまくとることにより，実際に QED の光子場と解釈できることをみてみる．その前にゲージ結合定数 g_Y, g_2 と e の関係を導出するために，まずヒッグス場に着目する．ヒッグス場のアイソスピン 2 重項の共変微分 (4.37) における W^3, B を Z, A で書き直し，$A_\mu\phi_i$ の項の係数，つまりスカラー場 ϕ_i の電荷を読みとると，

$$Q_{\phi_i} e = (T_{\phi_i} g_2 \sin\theta_W + Y_\Phi g_Y \cos\theta_W) \tag{4.66}$$

となる．ここで，$T_\Phi = \pm 1/2$ はアイソスピン演算子 $\sigma^3/2$ の固有値を測る演算子であり，ϕ_1 に対しては $+1/2$，ϕ_2 に対しては $-1/2$ を返す．式 (4.65) から ϕ_1 の電荷は $Q_{\phi_1} e = +e$, $Q_{\phi_2} e = 0\, e$ なので

$$e = \frac{g_2 g_Y}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} = g_Y \cos\theta_W = g_2 \sin\theta_W \tag{4.67}$$

となり，g_Y, g_2 と e の関係が得られる．

次にクォークの運動項をみてみる．これまでみてきたように，左巻きフェルミオンと右巻きフェルミオンは異なるゲージ相互作用をする．以下ではこの違いに着目し，共通である $SU(3)$ ゲージ相互作用を無視して議論を進める．また，フェルミオン 1 世代の場合に限る．左巻きクォークは $SU(2) \times U_Y(1)$ のゲージ相互作用をするので，その共変微分は，

$$D_\mu^L Q_L = \left(\partial_\mu 1_2 - i g_2 W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} - i Y_{Q_L} g_Y B_\mu 1_2\right) \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \tag{4.68}$$

となる．右巻きクォークについては，$SU(2)$ ゲージ相互作用はしないが，ハイパーチャージをもつので，$U_Y(1)$ のゲージ相互作用をし，その共変微分は

$$D_\mu^R Q_R = (\partial_\mu - i Y_{q_R} g_Y B_\mu)\, q_R \tag{4.69}$$

となる（$q_R = u_R$ または d_R）.

左巻き場と右巻き場の共変微分をまとめて，クォークの運動項を書き直すと，

$$\mathcal{L}_{q\text{-kin}} = \bar{Q}_L \gamma^\mu i D_\mu^L Q_L + \sum_{q_R = u_R, d_R} \bar{q}_R \gamma^\mu i D_\mu^R q_R \tag{4.70}$$

$$= \sum_{q=u,d} \bar{q}\gamma^\mu i \left(\partial_\mu + \left(-i g_2 T_{Q_L} W_\mu^3 - i Y_{q_L} g_Y B_\mu\right) P_L - i Y_{q_R} g_Y B_\mu P_R\right) q$$

$$+ \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}\gamma^\mu W_\mu^+ P_L d + \bar{d}\gamma^\mu W_\mu^- P_L u\right) \tag{4.71}$$

$$= \sum_{q=u,d} \bar{q}\gamma^\mu \left[i\partial_\mu + \left(G_1^Z + G_5^Z \gamma^5\right) Z_\mu + \left(G_1^A + G_5^A \gamma^5\right) A_\mu\right] q$$

$$+ \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}\gamma^\mu W_\mu^+ P_L d + \bar{d}\gamma^\mu W_\mu^- P_L u\right) \tag{4.72}$$

を得る．ここで式 (4.43), (4.48), (4.49) とワインバーグ角の定義 (4.50) を使った．T_{Q_L} はアイソスピン演算子であり，アップタイプのフェルミオンに対しては $+1/2$ を，ダウンタイプのフェルミオンに対しては $-1/2$ を返す．$G_{1,5}^{Z,A}$ は，それぞれ

$$G_1^Z = \frac{1}{2}\left[g_2 T_{Q_L}\cos\theta_W - (Y_{q_L} + Y_{q_R})\, g_Y \sin\theta_W\right] \tag{4.73}$$

$$G_5^Z = \frac{1}{2}\left[-g_2 T_{Q_L}\cos\theta_W + (Y_{q_L} - Y_{q_R})\, g_Y \sin\theta_W\right] \tag{4.74}$$

$$G_1^A = \frac{1}{2}\left[g_2 T_{Q_L}\sin\theta_W + (Y_{q_L} + Y_{q_R})\, g_Y \cos\theta_W\right] \tag{4.75}$$

$$G_5^A = \frac{1}{2}\left[-g_2 T_{Q_L}\sin\theta_W - (Y_{q_L} - Y_{q_R})\, g_Y \cos\theta_W\right] \tag{4.76}$$

である．

ハイパーチャージ $Y_{q_{L,R}}$ の値を調節することにより，A_μ を電磁相互作用を媒介する光子場と解釈できるかをみてみる．まず，フェルミオンと光子場の結合は QED ラグランジアン (4.1) のようになるはずなので，$G_5^A = 0$ でなければならない．この条件から

$$G_5^A = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{Q_L} = Y_{q_R} - Y_{q_L} \tag{4.77}$$

が導かれる．ところがこの関係式はクォークがアップ（ダウン）のときの関係式 (4.62)(式 (4.57)) そのものなので，$G_5^A = 0$ は湯川相互作用項がゲージ不変であれば自動的に満たされる．

次に γ_μ に比例する項の係数 G_1^A はクォークの電荷 $Q_q e$ になることを要請する．式 (4.77) を使って T_{Q_L} を消去すると，右巻きフェルミオンのハイパーチャージは

$$g_Y Y_{q_R}\cos\theta_W = Q_q e \tag{4.78}$$

となるようにとればよいことが分かる．ここで，式 (4.67) を使うと，$Q_q = Y_{q_R}$ を得る．これと式 (4.62), (4.57) を合わせると，レプトンについても共通な $T_{Q_L}, Y_{q_{L/R}}, Q_f$ の間の関係式

$$Q_f = T_{F_L} + Y_f \tag{4.79}$$

が導かれる．ここで，$f = u_L, \nu_L$ のとき $T_{F_L} = +1/2$，$f = d_L, l_L$ のとき $T_{F_L} = -1/2$，$f = u_R, d_R, \nu_R, l_R$ のときは $T_{F_L} = 0$ である．

クォークと Z ボゾンとの結合定数は

$$G_1^Z = \frac{1}{2\cos\theta_W}\left(g_2 T_{F_L} - 2Q_f e \sin\theta_W\right) \tag{4.80}$$

$$G_5^Z = \frac{g_Y}{4\sin\theta_W}\left(Y_{q_L} - Y_{q_R}\right) = -\frac{g_2}{2\cos\theta_W} T_{F_L} \tag{4.81}$$

となる．このように，標準模型は G_1^Z と G_5^Z（の絶対値）が G_1^Z の第 2 項の寄与だけずれていることを予言するが，このことは実験において精密に検証されている．

前節で $M_W^{\pm}/M_Z = \cos\theta_W$ となることをみた（式 (4.54) 参照）．この関係が実際に成り立っていることを実験値を使って確かめてみる．$\cos\theta_W$ の値を知るには実験からのインプットが 1 つ必要であるが，今これを

$$\frac{\pi\alpha_{\mathrm{QED}}}{\sqrt{2}M_{W^\pm}^2 G_F} = \sin^2\theta_W \tag{4.82}$$

にとる．ここで，G_F はフェルミ定数と呼ばれ

$$G_F = \frac{g_2^2}{4\sqrt{2}M_{W^\pm}^2} \tag{4.83}$$

で定義される量であり，ミューオンの寿命

$$\tau_\mu^{-1} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \tag{4.84}$$

の測定から精度よく決めることができる．実験値

$$G_F = (1.166364 \pm 5) \times 10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-2} \tag{4.85}$$

$$\alpha_{\mathrm{QED}}^{-1}(\mu^2 = 0) = 137.036 \tag{4.86}$$

$$M_{W^\pm} = (80.399 \pm 23)\ \mathrm{GeV} \tag{4.87}$$

を用いると，

$$\frac{M_{W^\pm}}{M_Z} = \sqrt{1 - \frac{\pi\alpha_{\mathrm{QED}}}{\sqrt{2}G_F M_{W^\pm}^2}} \approx 0.886 \tag{4.88}$$

を得る．一方，

$$M_Z = (91.1876 \pm 21)\ \text{GeV} \tag{4.89}$$

から，直接質量の比をとると，

$$\frac{M_{W^\pm}}{M_Z} = 0.8819 \pm 12 \tag{4.90}$$

となる．したがって，標準模型は実験値を約 0.5％の精度で再現することが分かる．上のテストでは摂動論の最低次での関係式を用いたが，高次補正を考慮するとさらに一致がよくなる．標準模型とは全く異なるヒッグスセクターを採用すると，この比は正しく出ないので，上記の一致は標準模型の正しさを示唆している．

4.4 フレーバー混合

4.4.1 クォークセクター —小林・益川模型—

ここまで簡単のためクォークとレプトンが 1 世代ずつしかない場合を考えてきたが，実際には 6 フレーバずつの 3 世代構造をしている．すでに第 1 章でふれたように 4 つめのフレーバーが発見される以前に小林と益川は，CP 非保存現象を説明しようとすると，クォークが少なくとも 6 フレーバー以上（すなわち，3 世代以上）なければならないことを指摘していた．また，一般に 2 世代以上ある場合にはフレーバー混合という現象が起こり，このことはカビボ (N. Cabbibo) により 1963 年に指摘されていた．以下ではまずフェルミオンが n 世代あった場合，湯川相互作用項および質量項がどのように拡張されるかをみてみる．

左巻きクォークのアイソスピン 2 重項を Q_L^i，左巻きレプトンのアイソスピン 2 重項を L_L^i，右巻きフェルミオン場を U_R^i, D_R^i, N_R^i, E_R^i とする．$i, j = 1, \cdots, n$ は世代を表す添字とすると，n 世代ある場合の湯川相互作用項は

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = & -y_U^{i,j}\bar{Q}^i{}_L\tilde{\Phi}U^j{}_R - y_D^{i,j}\bar{Q}^i{}_L\Phi D^j{}_R \\ & -y_L^{i,j}\bar{L}^i{}_L\tilde{\Phi}N^j{}_R - y_N^{i,j}\bar{L}^i{}_L\Phi E^j{}_R \\ & +\text{h.c}\end{aligned} \tag{4.91}$$

のように書くことができる[21)]．$y^{i,j}_{U,D,L,N}$ は先に導入した $y_{u,d}$ を行列に拡張したもので，その具体的な値は対称性だけでは決まらない任意の複素数であり，一般に世代の添字 i, j に関して対角的ではない．

以下ではクォークの湯川相互作用項に着目し，もう少し詳しくみてみる．再びユニタリーゲージ

$$\Phi \to U(\chi^a)\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \Phi', \quad \tilde{\Phi} \to U(\chi^a)\tilde{\Phi} = \begin{pmatrix} \frac{v+h}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} = \tilde{\Phi}'$$

$$Q^i_L = \begin{pmatrix} U^i_L \\ D^i_L \end{pmatrix} \to U(\chi^a)Q^i_L = {Q^i_{Li}}'$$

をとり，プライム $(')$ を落とすと，式 (4.91) の右辺のクォーク部分は

$$-y^{i,j}_U \bar{U}^i{}_L \frac{v+h}{\sqrt{2}} U^j_R - y^{i,j}_D \bar{D}^i{}_L \frac{v+h}{\sqrt{2}} D^j_R + (\mathrm{h.c}) \tag{4.92}$$

となる．ヒッグス場 h に比例する項は，クォーク・クォーク・ヒッグス結合の 3 点相互作用項を意味する．先の 1 世代の場合の例から，例えばアップクォークの質量は真空期待値 v の関数として $y^{1,1}_U v/\sqrt{2}$ で与えられるように思われるが n 世代模型ではそう単純ではない．これは，湯川結合定数 $y^{i,j}_U$ と $y^{i,j}_D$ は今や行列であり，一般に対角的ではないため，同タイプのフレーバー間で混合が起こってしまうためである．そこで，通常はクォーク場の基底として湯川結合定数行列 $y^{i,j}_U, y^{i,j}_D$ を対角化する質量の固有基底をとる．

n 世代あるとき，行列 $y^{i,j}_U$ と $y^{i,j}_D$ は $n \times n$ の複素行列となる．これらの行列は双ユニタリー変換により対角化し，実対角行列 $y^{(d)}_U, y^{(d)}_D$ を y_U, y_D から得ることができる．例えば，3 世代模型のとき

$$V_{U\,L}\, y_U V_U{}^\dagger_R = \begin{pmatrix} y_u & 0 & 0 \\ 0 & y_c & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{pmatrix} = y^{(\mathrm{d})}_U \tag{4.93}$$

---

21) 右巻きニュートリノの存在は確認されていないため，もし右巻きニュートリノが無ければ式 (4.91) の中で $N^j{}_R$ を含む項はない．したがってニュートリノはこの種の相互作用を通して質量を得ることができない．ところが，後で述べるように，ニュートリノだけは他の方法でも質量を獲得することができる．

$$V_{DL}\, y_D V_{D}{}^{\dagger}_{R} = \begin{pmatrix} y_d & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & y_b \end{pmatrix} = y_D^{(\mathrm{d})} \tag{4.94}$$

とできる．ユニタリー行列 $V_{U\,L,R}$, $V_{D\,L,R}$ の位相を調節することで，対角要素 y_u, y_c, y_t, y_d, y_s, y_b は常に正にとることができる．これを使うと，式 (4.92) は

$$-\frac{v+h}{\sqrt{2}}\left[(\bar{u}'\ \bar{c}'\ \bar{t}') \begin{pmatrix} y_u & 0 & 0 \\ 0 & y_c & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} \right.$$
$$\left. + (\bar{d}'\ \bar{s}'\ \bar{b}') \begin{pmatrix} y_d & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & y_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \right] \tag{4.95}$$

となる．ここで，質量固有基底

$$u'_{Li} = (V_{U\,L})_{i,j} u_{Lj}, \qquad u'_{Ri} = (V_{U\,R})_{i,j} u_{Rj} \tag{4.96}$$

$$d'_{Li} = (V_{D\,L})_{i,j} d_{Lj}, \qquad d'_{Ri} = (V_{D\,R})_{i,j} d_{Rj} \tag{4.97}$$

を導入した．この基底でみると，クォークはヒッグス粒子 h を放出/吸収してフレーバーを変えないし，（当然ながら）フレーバー混合も起こらない．式 (4.95) の v に比例する項は 6 つのクォーク $(q = u, d, c, s, t, b)$ の質量項となり，その質量は

$$m_q = \frac{v}{\sqrt{2}} y_q \tag{4.98}$$

で与えられる．

ところでクォーク質量は最も軽いアップが数 MeV，最も重いトップが約 175 GeV と非常にばらついている．式 (4.98) によると，このばらつきの原因は対角化した際の湯川結合定数がばらついているからである．また，式 (4.95) からフェルミオンとヒッグス粒子との結合定数は質量に比例することが分かる．

次に，クォークの基底を質量固有基底にとったことによるゲージ相互作用項への影響をみてみる．このため，式 (4.72) で導いたクォークのゲージ相互作用

において，式 (4.96) と (4.97) の基底へ移る．まず，ゲージ場の放出/吸収の前後でクォークの電荷が変わらない Z や A との相互作用（中性カレント，Neutral Current, NC）は，アップタイプクォークについて着目すると，

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathrm{NC,U}} =& \sum_{q=u,c,t} \bar{q}\gamma^{\mu} \left[+ \frac{g_2}{2\cos\theta_W} \left\{ \left(\frac{1}{2} - 2Q_q \sin^2\theta_W \right) - \frac{1}{2}\gamma^5 \right\} Z_{\mu} + Q_q e A_{\mu} \right] q \\
=& \left(\bar{u}_L \ \bar{c}_L \ \bar{t}_L \right) \gamma^{\mu} \left[+ \frac{g_2}{\cos\theta_W} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\sin^2\theta_W \right) Z_{\mu} + \frac{2}{3} e A_{\mu} \right] 1_3 \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix} \\
&+ \left(\bar{u}_R \ \bar{c}_R \ \bar{t}_R \right) \gamma^{\mu} \left[- \frac{g_2}{\cos\theta_W} \frac{2}{3} \sin^2\theta_W Z_{\mu} + \frac{2}{3} e A_{\mu} \right] 1_3 \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{4.99}
$$

となる．1_3 は 3×3 のフレーバーについての単位行列を表すので，クォーク場に挟まれた因子はフレーバーの添字について対角的であることが分かる．ダウンタイプでも同様になる．つまり，ここで式 (4.96) と式 (4.97) のフレーバーの基底変換を行っても，式 (4.99) において $q \to q'$ の置き換えをするだけでよい．このことから，標準模型では摂動論の最低次の近似では，中性カレントはフレーバーを保存することが分かる[22]．

次に，ゲージ場の放出/吸収の前後でクォークの電荷が変わる $W^{\pm}$ との相互作用（荷電カレント，Charged Current, CC）をみてみる．この相互作用では，アップタイプとダウンタイプのペアが $W^{\pm}$ と結合する．質量固有基底へ基底を変換すると

$$
\mathcal{L}_{\mathrm{CC}} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left[\left(\bar{u}_L \ \bar{c}_L \ \bar{t}_L \right) \gamma^{\mu} W_{\mu}^{+} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} + \left(\bar{d}_L \ \bar{s}_L \ \bar{b}_L \right) \gamma^{\mu} W_{\mu}^{-} \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix} \right]
$$

22) 高次補正まで考慮するとフレーバーを変える中性カレント (Flavor Changing Neutral Current, FCNC) 過程は現れるが高次の分抑制される．

$$
= \frac{g_2}{\sqrt{2}}\left[\left(\bar{u}'_L\ \bar{c}'_L\ \bar{t}'_L\right) V_{U_L} V_{D_L}^{\dagger} \gamma^{\mu} W_{\mu}^{+} \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} \right.
$$

$$
\left. + \left(\bar{d}'_L\ \bar{s}'_L\ \bar{b}'_L\right) V_{D_L} V_{U_L}^{\dagger} \gamma^{\mu} W_{\mu}^{-} \begin{pmatrix} u'_L \\ c'_L \\ t'_L \end{pmatrix} \right] \tag{4.100}
$$

となり，2 つのユニタリー行列の積 $V_{U_L}V_{D_L}^{\dagger}$ が相互作用項に現れる．第 2 項は第 1 項のエルミート共役になっている．第 1 項に現れるこの行列の積

$$
V_{\mathrm{CKM}} = V_{U_L} V_{D_L}^{\dagger} \tag{4.101}
$$

はカビボ・小林・益川行列と呼ばれる．以下で，その性質と物理的意味をみてみる．

まず，V_{CKM} はユニタリー行列の積であることから，

$$
V_{\mathrm{CKM}}^{\dagger} V_{\mathrm{CKM}} = (V_{U_L} V_{D_L}^{\dagger})^{\dagger} V_{U_L} V_{D_L}^{\dagger} = 1_3 \tag{4.102}
$$

となり，V_{CKM} もまた 3×3 複素ユニタリー行列となる．この行列の一般形は 3 つの回転角と 6 つの複素位相を用いて書くことができる．6 つの複素位相のうち 5 つはクォーク場の相対位相の再定義で吸収することができるので[23]，結果として 3 つの回転角と 1 つの複素位相が物理的に観測可能なパラメータとして残る．V_{CKM} 行列の表式は一意ではないが，ひとつの具体的な例は，

$$
V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \tag{4.103}
$$

である．ここで，$s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$ であり，δ は複素位相である．

この行列はクォークと $W^{\pm}$ ボゾンとの相互作用項に現れ，クォーク間遷移を

[23] すでに質量行列の固有値が正定値をとるよう対角化されており，これを保つように左巻きクォーク場と右巻きクォーク場は同じ位相だけ変換しなければならない点に注意．

引き起こす．例えば式 (4.100) の第 1 項はダウンタイプクォーク D^j が W^- ボゾンを放出してアップタイプクォーク U^i に変わる $U^i \leftarrow D^j$ の遷移振幅に寄与する．したがって，以下のように書いておくと，各行列要素の物理的意味が分かりやすくなる．

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \tag{4.104}$$

つまり，V_{ij} は荷電カレントを介した $i \leftrightarrow j$ の遷移の強さを与える．V_{CKM} の各行列要素は様々な崩壊の分岐比などを実験で測ることにより，決定することができる．例えば，中性子のベータ崩壊では，その素過程において $d \to u$ の遷移が起こっているが，この崩壊確率は $|V_{ud}|^2$ に比例しており，実験と比較することにより，$|V_{ud}|$ の値を決定することができる．

式 (4.103) の他にもカビボ・小林・益川行列をより直観的に分かりやすくした表記法があるので紹介する．それはウォルフェンシュタイン (Wolfenstein) パラメトリゼーションと呼ばれており，

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4) \tag{4.105}$$

で与えられる．これは 4 つのパラメータを λ, A, ρ, η とし，式 (4.103) において $s_{12} = \lambda$, $s_{23} = A\lambda^2$, $s_{13}e^{i}\delta = A\lambda^3(\rho + i\eta)$ の置き換えをしたものである．$\lambda = 0.2252$ が 1 より有意に小さいことから，対角成分は近似的に 1 であるのに対し，対角成分から離れれば離れるほど λ のベキが大きくなる，つまり値が小さくなっているのが分かる．したがって，V_{CKM} は近似的に 3×3 の単位行列のような構造をしている．

もし，クォークが 4 世代以上あれば，本来のカビボ・小林・益川行列は $n \times n\,(n \geq 4)$ のユニタリー行列であり，われわれが測っている 3×3 行列はその部分行列にすぎないため，3×3 部分がユニタリーである必要はない[24)]．

24) もし，クォークが 4 世代あったとしても，4 世代目が十分重ければこれまでの実験と矛盾しないので，その存在の可能性を否定できない．

したがって，この 3×3 行列のユニタリー性を検証することは，真の世代数に関するヒントを与える．この検証のためユニタリー性から導かれる 1 つの関係式

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \tag{4.106}$$

に注目する[25)]．両辺を $V_{cd}V_{cb}^*$ で割ると，

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + 1 = 0 \tag{4.107}$$

となる．この関係式は，$(0,0)$ と $(1,0)$ を底辺とする複素平面上の三角形として表現することができる．これにウォルフェンシュタインパラメトリゼーション (4.105) を代入すると，最初の 2 項はそれぞれ

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \approx -\rho - i\eta = -\sqrt{\rho^2+\eta^2}\, e^{i\phi_3} \tag{4.108}$$

$$\begin{aligned}\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} &\approx -1+\rho+i\eta = -1+\sqrt{\rho^2+\eta^2}\, e^{i\phi_3} \\ &= \sqrt{(1-\rho)^2+\eta^2}\, e^{i(\pi-\phi_1)}\end{aligned} \tag{4.109}$$

となる．ここで三角形の角度は，図 4.8 に示すように ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 とした．

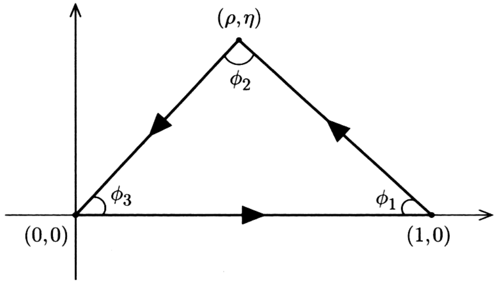


図 4.8 ユニタリー三角形.

様々な実験から独立に ρ, η, ϕ_i がとり得る値を決定し，異なる実験間でそれ

25) 他にも同様の関係式を導くことができるが，3 つの項の絶対値の大きさがほぼ同じになり，実験的に最もみやすくなるのがこの関係式である．

らに矛盾がないかをみることにより，カビボ・小林・益川行列のユニタリー性を検証することができる．図 4.9 はこの検証の現状を示している．図にはいくつかの幅をもつ曲線が描かれているが，各々は独立な実験から得られた (ρ, η) への制限を表している．今のところすべての実験からの制限を満たす領域が図

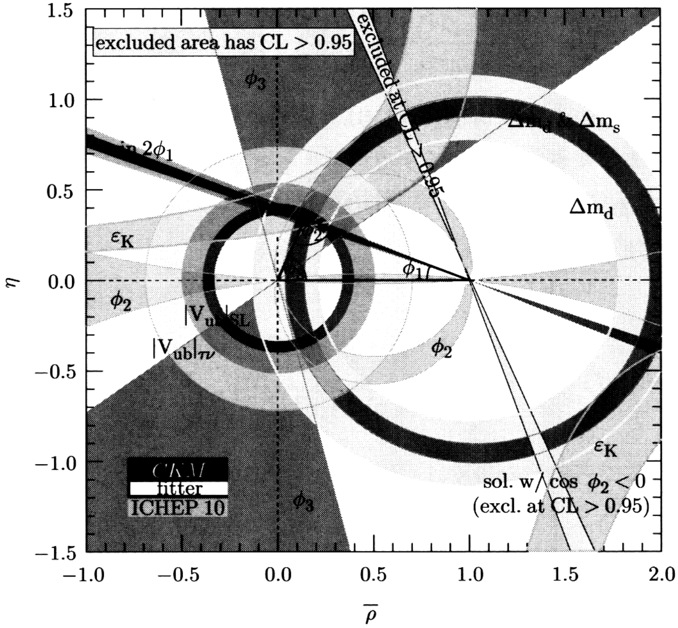


図 **4.9** (ρ, η) への実験からの制限．(出典：**http://ckmfitter.in2p3.fr/www/results/plots_ichep10/ckm_res_ichep10.html**)

中 $(\rho, \eta) = (0.15, 0.35)$ 辺りにあることから，クォークの世代数は 3 であることと矛盾がない．本書では説明しないが，クォークとレプトンの世代数が異なると，量子異常と呼ばれる現象が出現し，理論を無矛盾に量子化することができなくなってしまう．このため，クォークとレプトンの世代数は同じであると期待されている[26]．第 1 章でふれたように，Z ボゾンの崩壊幅の測定から質量

[26] ただし，クォークやレプトンが十分重く，かつ，すでに発見されているものとは異なるゲージ相互作用の仕方をしていれば，この限りではない．

が $M_Z/2$ より軽いニュートリノは 3 つであることをみた．上記の理由により，現時点ではクォークもレプトンも 3 世代からなっていることが最も自然と思われる．

次に，世代数と CP 不変性との間の関係をみてみる．クォークが n 世代あるとすると，$V_{\rm CKM}$ 行列における物理的な（クォーク場の再定義で吸収されない）複素位相の数は

$$(\text{物理的な複素位相の数}) = n^2 - (2n-1) - \frac{n(n-1)}{n} = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

となることが示せる．したがって，$n \geq 3$ でなければ物理的な複素位相は現れない[27]．

ところで，導出は省略するが，式 (4.100) の CP 変換は

$$\bar{q}_1\gamma_\mu q_2 \xrightarrow{CP} -\bar{q}_2\gamma^\mu q_1\,,\quad \bar{q}_1\gamma_\mu\gamma^5 q_2 \xrightarrow{CP} -\bar{q}_2\gamma^\mu\gamma^5 q_1 \tag{4.110}$$

$$W^a_\mu\frac{\sigma^a}{2} \xrightarrow{CP} -W^{a\mu}\frac{\sigma^{aT}}{2} \Rightarrow W^+_\mu \xrightarrow{CP} -W^-_\mu \tag{4.111}$$

の置き換えをすればよく，これを実行すると

$$\frac{g_2}{\sqrt{2}}\left[(\bar{u}_L\ \bar{c}_L\ \bar{t}_L)\,V_{\rm CKM}\gamma^\mu W^+_\mu\begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L\end{pmatrix}\right.$$
$$\left. + \left(\bar{d}_L\ \bar{s}_L\ \bar{b}_L\right)V^\dagger_{\rm CKM}\gamma^\mu W^+_\mu\begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L\end{pmatrix}\right]$$
$$\xrightarrow{CP}\ \frac{g_2}{\sqrt{2}}\left[(\bar{u}_L\ \bar{c}_L\ \bar{t}_L)\,(V^\dagger_{\rm CKM})^T\gamma^\mu W^+_\mu\begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L\end{pmatrix}\right.$$

27) クォーク場の再定義では吸収できない CKM 行列の複素位相の有無については，クォークセクターがもつ独立な物理的複素位相の数を容易に理解できるよう工夫されたユニークな web ページがある．URL は `http://theo.phys.sci.hiroshima-u.ac.jp/~soken/Flash_CKMmatrix/CKMmatrix.swf`．説明書は `http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~sokened/sokendenshi/vol1/ckm_flash_sjis.pdf` にある．

$$
+ \left(\bar{d}_L \ \bar{s}_L \ \bar{b}_L\right) V_{\mathrm{CKM}}^T \gamma^\mu W_\mu^- \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix} \Bigg] \tag{4.112}
$$

を得る．ここで，式 (4.112) の右辺が CP 変換前の左辺に戻るための条件は

$$
V_{\mathrm{CKM}} = (V_{\mathrm{CKM}}^\dagger)^T \iff (V_{\mathrm{CKM}})_{ij} = (V_{\mathrm{CKM}})_{ij}^* \tag{4.113}
$$

である．つまり V_{CKM} 行列のすべての要素が実数のときクォークセクターは CP 不変となる．

これらのことから，クォークが仮に 2 世代しかないと，物理的な複素位相が存在しないのでクォークセクターは必ず CP 不変となる．逆に，1.6.3 節でふれたように，K 中間子混合において発見された CP 非保存現象の起源をクォークセクターに求める場合，クォークは 3 世代以上なければならないことになる．ウォルフェンシュタインパラメトリゼーション (4.105) では，$\eta \neq 0$ のとき行列要素が複素数になり CP 対称性が破れることになるが，実際そうなっていることが図 4.9 から分かる．

4.4.2 ニュートリノ

ニュートリノに関しては近年大きな進展があり，「ニュートリノは振動（混合）する」ことが実験で確定した．このことは，（5.5 節で解説するように）ニュートリノが質量をもつことを意味する．しかしながら，すぐ後に述べる理由により，これが直ちに右巻きニュートリノの存在を意味しない．いずれにしても，ニュートリノの質量は他のフェルミオンに比べて非常に小さく，少なくとも標準模型が誕生して以来しばらくの間，ニュートリノは質量 0 の粒子として扱われていた．今やこれは正しくないことが実験的に証明されたため，観測事実を説明するために，「誕生当初の標準模型」を拡張する必要がある．拡張の方法はいくつかあるが，以下では最も単純な拡張の例として，これまでも言及してきた右巻きニュートリノを導入する場合を紹介する．

右巻きニュートリノの存在を仮定すると，クォークの場合と全く同様にして

ヒッグス機構を通してニュートリノにディラック質量をもたせることができる．ニュートリノの荷電カレント相互作用については，式 (4.112) において，アップタイプクォークをニュートリノに，ダウンタイプクォークを荷電レプトンに読み替えると得られる．ただし，フレーバー混合を表す行列は，牧・中川・坂田 (MNS) 行列 V_{MNS} と呼ばれるものに置き換わる．MNS 行列の各要素の値はレプトンに関する実験により決定される．このように，（クォークの例から自明だが）右巻きニュートリノを導入するだけで，ニュートリノは質量をもち，世代間混合をし，観測事実を再現できるようになる[28)]．

右巻きニュートリノがあった場合，そのゲージ相互作用がどうなるかをみてみる．まず，そもそも右巻きなので $SU(2)$ ゲージ相互作用はしない．また，右巻き場のハイパーチャージは式 (4.62) と類似の関係式

$$-Y_{L_L} + Y_{\nu_R} = \frac{1}{2} \tag{4.114}$$

を満たすが，式 (4.79) と電子の電荷が $-e$ であることから，$Y_{L_L} = -1/2$ と決まり，これを式 (4.114) に代入すると，

$$Y_{\nu_l R} = 0 \tag{4.115}$$

を得る[29)]．したがって，右巻きニュートリノはゲージ相互作用をせず，ただ湯川相互作用を通じて左巻きニュートリノとヒッグス粒子とのみ結合するのである．

V_{CKM} における物理的な複素位相の数を数える際，6 個のクォーク場の再定義により $(6-1)$ 個減らせることをみた．レプトンセクターでも状況は同じであり，（次に述べる）マヨラナ質量項がなければ，結果はクォークセクターの場合と同じである．したがって，レプトンが 3 世代あれば一般に CP 対称性はレプトンセクターでも破れる．

A. マヨラナ質量

さて，ここで右巻きニュートリノを導入しなくても，ニュートリノは質量を

28) ただし，なぜニュートリノが極端に軽いのかは説明することはできない．
29) また，同じことであるがニュートリノの電荷が 0 であることを使って，式 (4.78) からも導出できる．

もてることを説明する．右巻きニュートリノはゲージ変換を受けない，つまりすべてのゲージ変換に対し 1 重項なので，他のフェルミオンと違い

$$\mathcal{L}_{\text{Majorana}} = -\left(\overline{\nu^{iC}_R} M^{i,j}_\nu \nu^i_R + (\text{h.c.})\right) \tag{4.116}$$

という質量項が許される．ここで，ν^{iC}_R は右巻きニュートリノ場の荷電共役場

$$\psi \xrightarrow{C} \psi^C = i\gamma^2\gamma^0(\bar{\psi})^T \tag{4.117}$$

である．このように右巻きフェルミオン（もしくは左巻きフェルミオン）だけからつくられる質量をマヨラナ (Majorana) 質量と呼ぶ[30]．マヨラナ質量項があると，式 (4.116) の $M^{i,j}_\nu$ が一般には任意の複素行列であるため，レプトンセクターにおける物理的な複素位相の数は V_{CKM} のときより増え，3 世代模型の場合に最大 3 つになる．

ディラック質量の起源は標準模型の範囲内でヒッグス機構により与えることができるが，（新たなスカラー場か繰り込み不可能な相互作用項を導入しない限り）マヨラナ質量に起源を与えることはできない．したがって，その起源を追求するとなると，さらなる模型の拡張が必要となる．また，マヨラナ質量項はレプトン数保存を破るため，もし存在すれば宇宙の物質-反物質非対称性の生成において重要な役割を果たすと考えられている．このことは次章でふれる．

4.5 標準模型のまとめ

素粒子標準模型はこれまでに得られているほぼすべての実験結果を矛盾なく説明する模型であり，4 つのフレーバーを 1 世代とする 3 世代構造をもつフェルミオンと 3 種類のゲージ相互作用 $SU(3) \times SU(2) \times U_Y(1)$ からなるゲージ理論である．フェルミオンとゲージ場に加え，スカラー粒子であるヒッグス粒子が存在し，ヒッグス機構により，ゲージ対称性は

$$SU(3) \times SU(2) \times U_Y(1) \to SU(3) \times U_{\text{QED}}(1) \tag{4.118}$$

のように破れる．これに伴い，もともと質量をもたなかったすべてのフェルミ

30) ディラック質量項は，右巻きと左巻きフェルミオンの結合という構造をしていた．

表 4.2 物質場の電荷，ウィークアイソスピン，ハイパーチャージ．右巻きニュートリノの存在はまだ確認されていないので，仮にあった場合の荷量．

F	Q_F	T_F	Y_F
u_L, c_L, t_L	+2/3	1/2	1/6
u_R, c_R, t_R	+2/3	0	2/3
d_L, s_L, b_L	−1/3	−1/2	1/6
d_R, s_R, b_R	−1/3	0	−1/3
$\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L}$	0	1/2	−1/2
$\nu_{eR}, \nu_{\mu R}, \nu_{\tau R}$	0	0	0
e_L, μ_L, τ_L	−1	−1/2	−1/2
e_R, μ_R, τ_R	−1	0	−1
ϕ_1	1	1/2	1/2
ϕ_2 (h)	0	−1/2	1/2

オンと一部のゲージ粒子はヒッグス場の真空期待値に比例した質量を獲得する．また，標準模型では C, P 対称性をもたず，フェルミオンが 3 世代あることにより CP 対称性も破れている（CPT 対称性の破れは確認されていない）．フェルミオンとヒッグス粒子の電荷 Q_F，ウィークアイソスピン T_F，ハイパーチャージ Y_F を表 4.2 に示す．

これまで行われた多くの実験を通して，標準模型の全体像はある程度分かったといえる．しかしながら，なぜそういう構造になったのかは全く分かっていない．例えば，なぜウィークボゾンは左巻き成分としか結合しないのか？ なぜフェルミオンは 3 世代なのか？ なぜフェルミオン質量はばらばらなのか？これらについて答えを与えない．また，最近の衛星を使った観測から，われわれの知っている物質は宇宙の組成のたった約 4%しか占めておらず，残りは一体何なのかも分かっていない．さらに，宇宙が誕生したときには粒子と同じだけあったと思われる反粒子が，現在自然界にはほとんど存在していないことも大きな謎である．これらの謎を解決するために様々な標準模型の拡張が提案されている．次章では拡張の例を紹介する．

第 5 章

相互作用・物質の起源と標準模型を超える物理

素粒子の相互作用の姿が実験的に明らかにされ，その背景にある素粒子標準模型が確立していったが，素粒子の相互作用がなぜ $SU(3) \times SU(2) \times U_Y(1)$ のゲージ相互作用で表されるのか，またなぜフェルミオンの $U_Y(1)$ ハイパーチャージが表 4.2 の値をとるのか，さらになぜ電弱対称性が破れるスケール $M_W \sim O(100\,\mathrm{GeV})$ と QCD のカイラル対称性が破れるスケール $\Lambda_{\mathrm{QCD}} \sim O(100\,\mathrm{MeV})$ の間に大きな差があるのかは明らかではない．素粒子の相互作用の背景にある原理を追求することは，おそらく新たな発見につながっている．

また，宇宙にある物質の起源は素粒子論にとって重要である．宇宙は初期にインフレーションという大膨張を経験し，宇宙の中の物質密度は一旦限りなく 0 に近づいた．しかし現在，宇宙には，原子核を構成する，バリオン（主に陽子と中性子)，電子などの物質，また，それよりさらに密度の高い暗黒物質が存在する．これらの物質がどこから現れたかを説明することも現在の素粒子物理学の使命である．この章では現在動きつつある素粒子研究の背景を解説する．

5.1 節で相互作用の強さとそれを媒介する粒子の質量との関係について考察した後，5.2 節では大統一理論について考える．この理論は標準模型の様々な粒子，3 つのゲージ相互作用をひとつの枠組みで表現する理論として，1974 年にジョジアイ (H. Georgi) とグラショー (S. L. Glashow)[1) によって提案された．この模型は力の統一を実現する重要なアイディアを含んでいるが,「階層性の問題」という困難を抱えている．また，大統一理論は 3 つのゲージ結合定数どうしの関係を予言するが，この値は実験データと矛盾する．

5.3 節ではこれらの問題を解決する超対称模型について簡単な解説を試みた．

---

1) *Phys. Rev. Lett.* 32 (1974) 438.

超対称性はボーズ粒子とフェルミ粒子を結びつける対称性で，この対称性をもつように標準模型を拡張すると，標準模型のすべての粒子に対して，スピンが異なるパートナー粒子が導入される．標準模型を超対称性をもつように拡張した「超対称標準模型」(Minimal Supersymmetric Standard Model, MSSM) には階層性の問題がなく，さらに暗黒物質の候補となる粒子も自動的に含まれる．

5.4 節，5.5 節では暗黒物質とバリオンの起源について解説し，5.6 節では近年稼働を始めた LHC 実験で，標準模型を超える物理の探索がどのように行われているかについてふれる．

5.1 標準模型の限界と素粒子をめぐるスケール

力が統一されるということはどういうことであろうか？ われわれがみてきた 3 つの力，すなわち電弱相互作用と強い相互作用は，同じ非可換ゲージ理論でありながら，なぜ全く異なる性質をもつことが可能なのだろうか．

これまでみてきたように，素粒子の基本的な性質は様々な実験によって詳しく測定されている．なかでも物質とゲージ場との相互作用は精密に理解されている．弱い相互作用と電磁相互作用は $SU(2) \times U_Y(1)$ というゲージ相互作用が自発的対称性の破れによって，電磁相互作用 $U_{\mathrm{QED}}(1)$ に壊れた結果である．破れた対称性のゲージ粒子は質量をもつ．一方でクォークの間に働く力である強い相互作用の正体は，$SU(3)$ のゲージ相互作用であることが明らかになった．

このなかで特に電子とニュートリノの性質の違いについて考えてみよう．電子は電荷をもつため，その存在は容易に観測される．一方でニュートリノは電荷をもたず，ほとんど相互作用をしない．ニュートリノは，太陽の内部で起こる核融合反応から生成され，地球に多数降り注いでいる．この点ではニュートリノも普遍的に存在するが，われわれがその存在を知覚することはほとんどないのである．

素粒子標準模型では電子とニュートリノは次の 2 つの場の組で表すことができる．

$$L = (\nu_e, e^-)_L, \quad E = e^-_R \tag{5.1}$$

ここで $L = (\nu_e, e^-)_L$ は $SU(2)$ 群の $\mathbf{2}$ 表現に属するとともに，$U_Y(1)$ のゲー

ジ相互作用については $-1/2$ のハイパーチャージをもっている．先にみたように電子とニュートリノの性質は大きく異なるにもかかわらず，$SU(2)$ のゲージ相互作用だけでは，ν_{eL} と e_L^- を区別することはできないのである．

ニュートリノと電子の間の性質に大きな違いがあるのはなぜだろうか．両者の違いは，ガンマ線（光子）は質量 0 である一方で $W^\pm$ や Z^0 が質量をもつことによる．ニュートリノと電子の性質を $W^\pm$ や Z^0 の質量よりはるかに低いエネルギースケールの衝突で調べているために 2 つの性質は大きく異なるのである．

3.5.4 節でふれたように，力を伝える粒子が質量をもっているとき，その質量より低いエネルギーでの相互作用は極めて小さくなる．ニュートリノの相互作用が小さいのは，ニュートリノと相互作用するゲージ粒子が $W^\pm$ 粒子や Z^0 粒子などの質量が重い粒子であり，このためニュートリノと物質の相互作用が $1/M_{W^\pm}^4$ 程度となるためである．このような場合でも弱い相互作用の影響が全く観測されないわけではない．ミュー中間子の崩壊 $\mu \to e\nu_\mu\bar{\nu}_e$ は $W^\pm$ を介して起こる反応である．この場合，ミュー中間子の質量は $W^\pm$ 粒子の質量よりかなり小さいが，十分に時間をかければ，崩壊することが可能である．このため，ミュー中間子の寿命は素粒子の中でも比較的長い．

5.2 大統一理論[2)]

ここまでみてきたように，低いエネルギーでの異なる粒子の相互作用の違いは主に有効理論，すなわち，重たい粒子の効果がみえなくなった理論の違いであった．一方，高いエネルギーの反応をみると，素粒子の相互作用には，表現とゲージ結合定数の違いしかない．実際，LEP 実験などで測定された Z^0 粒子の相互作用の大きさを表す結合定数は，光による相互作用に比べて小さくはなかった．3 つのゲージ相互作用の大きさは，Z 粒子の質量程度のエネルギースケールで

2) この節の内容についてさらに詳細に学習したい読者は Ta-Pei Cheng, and Ling-Fong Li: *Gauge Theory of elementary particle physics* (Oxford University Press, 1988) を参照されたい．

$$\begin{cases} \alpha_{\mathrm{QED}}(M_{Z^0}) = 1/127.9 \\ \sin^2\theta_W(M_{Z^0}) = 0.2312 \\ \alpha_{\mathrm{QCD}}(M_{Z^0}) = 0.1184 \end{cases} \tag{5.2}$$

であることから，$g_3 = 1.22$, $g_2 = 0.652$, $g_Y = 0.356$ となり，3つの相互作用の結合定数の値は4倍程度の範囲に収まっている．

それだけではない．この結合定数は，反応のスケールが変わるにつれて変化するが，低いエネルギーでは強い相互作用と電弱相互作用の間の差は大きくなり，逆に高いエネルギーでは両者の差は小さくなっていくのである．

高いエネルギースケールでのゲージ結合の大きさは繰り込み群方程式(3.156)を用いて評価できる．すなわちゲージ結合定数 g_i $(i = Y, 2, 3)$ のエネルギースケール依存性はループ補正の最も低い次数では $\alpha_i = g_i^2/4\pi$ の微分方程式

$$4\pi \frac{d\alpha_i}{d\log\mu^2} = b_i \alpha_i^2 \tag{5.3}$$

で表されて，この解は主要項のみをとる近似のもとで一般的に

$$\alpha_i^{-1}(\mu^2) = \alpha_i^{-1}(\mu_0^2) - \frac{b_i^{(1)}}{4\pi} \log \frac{\mu^2}{\mu_0^2} \tag{5.4}$$

と書ける．ここで 標準模型では，

$$\begin{cases} b_3^{(1)} = -11 + 4/3N_g = -7 \\ b_2^{(1)} = -\dfrac{22}{3} + \dfrac{4}{3}N_g + \dfrac{1}{6}N_H = -\dfrac{19}{6} \\ b_Y^{(1)} = \dfrac{4}{3}N_g + \dfrac{1}{10}N_H = \dfrac{41}{6} \end{cases} \tag{5.5}$$

である．ここで，N_g は世代数であり，N_H はヒッグス2重項の数である．

この微分方程式において，b_3 は負，b_2, b_Y は正であることに注意する．高いエネルギースケールにいけば，g_3 と g_2 の値は互いに近づき，10^{15} GeV 程度でほぼ同じ値になる[3]．

[3] g_Y は $U_Y(1)$ の相互作用であるため，$g_Y \to cg_Y$ と同時にハイパーチャージ $Y_f \to Y_f/c$ という変換をすることが可能である．このため，g_Y を g_3, g_2 と比較することには意味がない．g_Y と g_2, g_3 の関係については次の節で議論する．

大統一理論 (Grand Unified Theory, GUT) は標準模型のゲージ結合定数の大きさの差は高いエネルギーでは縮小することに着目して，3 つの力を 1 つのゲージ相互作用で説明する模型である．この模型では $SU(5), SO(10)$ などといった大きな群に属するゲージ相互作用が，自発的対称性の破れによってワイバーグ・サラム模型 $SU(3) \times SU(2) \times U_Y(1)$ のゲージ相互作用となる．すなわち，

$$SU(5) \to SU(3) \times SU(2) \times U_Y(1) \tag{5.6}$$

という対称性の破れが，高いスケールでスカラー粒子によって引き起こされ標準模型のゲージ群ができたとする．もちろん $SU(5)$ 群は標準模型のゲージ群より大きいため，標準模型の相互作用では禁止されている相互作用が現れる．しかし，この $SU(5)$ 群の破れがとても高いスケールで起こっていれば，5.1 節でみたように，このような崩壊は $\dfrac{1}{(m_{\mathrm{GUT}})^4}$ に比例して小さくなり，実験に矛盾しないほど十分に小さくとることができるであろう．さらにこの $SU(5)$ ゲージ相互作用では許されて，標準模型では許されないようなプロセスを探索することで，力の統一の証拠を得ることも可能かもしれない．

大統一理論の特徴として

1. $U_Y(1)$ ハイパーチャージの値が予言可能である，
2. 結合定数が大統一理論の対称性の破れのスケールではすべて同じでなければならないため，3 つのゲージ結合定数のうちの 2 つから他の 1 つの値を予言できる，

という性質があげられる．特にここでは表現論から $U_Y(1)$ の値が説明できることを示す．さらに 2 の結合定数の統一は標準模型の範囲内では起こらず，さらに模型の拡張が必要であることをみよう．

5.2.1 $SU(5)$ の大統一理論

$SU(5)$ 群をもとにした大統一理論について考える．$SU(5)$ や $SO(10)$ 群は $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ を含む最も小さい群である．（$SU(n)$ 群の表現については第 0 章 7 節を参照.）

ゲージ場の相互作用はゲージ変換の不変性から決めることができる．$SU(5)$ の基本表現（**5** 表現）の場合，ゲージ場との相互作用は基本表現の場の微小変換

$$\psi \to (1 + i\varepsilon^{\alpha}(x)T^{\alpha})\psi \tag{5.7}$$

に対して，運動学的な項が不変になるように，

$$\bar{\psi} i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} - igA^{\alpha}_{\mu}T^{\alpha})\psi \tag{5.8}$$

という形になる．ここで T^{α} は $SU(5)$ の生成演算子であり，α は 1 から 24 まではしる．このとき，随伴表現に属するゲージ場 A^{α} は同じ微小変換に対して

$$A^{\alpha}_{\mu} \to A^{\alpha}_{\mu} + \frac{1}{g}(\partial_{\mu}\varepsilon^{\alpha}) + \cdots \tag{5.9}$$

という変換をする．

$SU(5)$ の随伴表現に属するゲージ場と標準模型のゲージ場の関係を考えよう．標準模型の微小変換の生成演算子は，$SU(5)$ の中に以下のように含まれると考えることができる．

$$\begin{cases} SU(3) : \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\lambda^{a} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad SU(2) : \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sigma^{a} \end{pmatrix}, \\ U(1) : \frac{1}{2\sqrt{15}} \begin{pmatrix} -2 \times \mathbf{1_3} & 0 \\ 0 & 3 \times \mathbf{1_2} \end{pmatrix} \end{cases} \tag{5.10}$$

このように 3 つの群の生成演算子を対応させると，異なる群に属する演算子は可換であり，群として直積となるからである．

$SU(5)$ の生成演算子は 24 個ある．一方，$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ 群の生成演算子は $8 + 3 + 1 = 12$ 個なので，これ以外に 12 個の生成演算子があることになる．これは 5×5 行列の右上の 3×2 部分行列と左下の 2×3 の部分行列に 0 でない成分をもつエルミート行列である．

$SU(5)$ の随伴表現は，この $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ の表現に分解することができる．$SU(3) \times SU(2)$ の表現については

$$24 = (8, 1) + (3^{*}, 2) + (3, 2^{*}) + (1, 3) + (1, 1) \tag{5.11}$$

である．ここで $(8,1),(1,3),(1,1)$ はそれぞれ $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ のゲージ場に対応し，$(3,2^*),(3^*,2)$ 表現はそれ以外の非対角成分に対応する．この表現の対応から

$$
\begin{aligned}
A_\mu &= A_\mu^\alpha T^\alpha \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_a G_\mu^a \lambda^a - \frac{2B_\mu}{\sqrt{30}} & X_\mu & Y_\mu \\ X_\mu^\dagger & \frac{W_\mu^3}{\sqrt{2}} + \frac{3B_\mu}{\sqrt{30}} & W_\mu^+ \\ Y_\mu^\dagger & W_\mu^- & -\frac{W_\mu^3}{\sqrt{2}} + \frac{3B_\mu}{\sqrt{30}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.12}
$$

となる．ここで (X_μ, Y_μ) は $(3,2^*)$ 表現に属する場である．なんらかのメカニズムによって GUT 群の対称性の破れが起こったときには，X_μ, Y_μ は重い粒子になって存在が検証できなくなると仮定する．一方，標準模型のゲージ場 G_μ, W_μ, B_μ は GUT 群が破れた段階では質量 0 でなければならない．

次に，標準模型の粒子を $SU(5)$ の表現に埋め込むことを考えよう．$SU(5)$ の基本表現は 5 (ψ_5) であり，またこれに複素共役な 5^* 表現がある．次に大きな表現としては，$5\times 5 \to 15$（対称）$+\,10$（反対称）が考えられる．

$SU(5)\to SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ の対称性の破れの後で，これらの表現に属する粒子はどのような表現に属するのだろうか．まずは 5 表現の成分を上 3 つ，下 2 つに分解して $\psi_5 = (\psi_3, \psi_2)$ と書いてみると ψ_3 は $SU(3)$ の 3 表現，ψ_2 は $SU(2)$ の 2 表現として変換することが分かる．すなわち，

$$5 = (3,1) + (1,2) \tag{5.13}$$

$$5^* = (3^*,1) + (1,2^*) \tag{5.14}$$

である．

次に反対称表現 A_{ij} ついて考えてみよう．ここで ij は 5 表現の足である．この表現を $SU(3)\times SU(2)$ に分解すると，$SU(3)$ の 3 表現 2 つを反対称に組んだ 3^* 表現と，$SU(2)$ の 2 表現 2 つを反対称に組んだ 1 重項，$SU(3)$ の 3 表現，$SU(2)$ の 2 表現の積となる表現に分割される．

$$10 = (3^*,1) + (3,2) + (1,1) \tag{5.15}$$

さて，標準模型の場をすべて左巻きの場で表すと

$$\begin{cases} (\nu, e)_L : (1,2)_{1/2}, \quad e_L^+ : (1,1)_1 \\ (u,d)_L : (3,2)_{1/6} \\ u_L^c : (3^*,1)_{-2/3}, \quad d_L^c : (3^*,1)_{1/3} \end{cases} \tag{5.16}$$

である．ここで，右巻きの場はその荷電共役をとって左巻きにした．そこで

$$5^* = (d^c, e^- - \nu_e) \tag{5.17}$$

$$10 = \sqrt{1/2}\begin{bmatrix} 0 & u^{c3} & -u^{c2} & u^1 & d^1 \\ -u^{c3} & 0 & u^{c1} & u^2 & d^2 \\ u^{c2} & -u^{c1} & 0 & u^3 & d^3 \\ -u^1 & -u^2 & -u^3 & 0 & e^+ \\ -d^1 & -d^2 & -d^3 & -e^+ & 0 \end{bmatrix}_L \tag{5.18}$$

とすると，標準模型の1つの世代が，5^* 表現と 10 表現に収まることになる．

次に $U_Y(1)$ のハイパーチャージについて考えよう．$SU(5)$ 群に埋め込まれた $U(1)$ 変換の生成演算子 T^0 は $\lambda^0 = -1/(2\sqrt{15})[2,2,2,-3,-3]$ であり，それによる変換は，$U = \exp(ig_5\varepsilon T^0)$ で表される．GUT 群が壊れたときに U は $U(1)_Y$ 変換 $\exp(ig_Y\varepsilon Q_Y)$ に一致しなければならない．電荷比率は $Q(\psi^i) \propto (T^0)_{ii}$ から 5^* 表現の電荷 $(3^*,1),(1,2)$ に対して $2:-3$ となり，$Y(d^c) = 1/3$, $Y(L) = -1/2$ と合致している．10 表現では ψ_{ij} の電荷は $Q(\psi_{ij}) \propto (T^0)_{ii} + (T^0)_{jj}$ である．すなわち $(3^*,1),(3,2),(1,1)$ に対して $-4:1:6$ の比率となり，これもハイパーチャージ $Y(u_R^c) = -2/3$, $Y(u_L d_L) = 1/6$, $Y(e^+):1$ の比率と合致する．つまり $c = \sqrt{5/3}$ として $Y = cT^0$，かつ $g' = g_5/c$ とすれば $U_Y(1)$ のハイパーチャージが再現できる．

標準模型のゲージ相互作用が $SU(5)$ のゲージ相互作用に由来しているのであれば，ハイパーチャージの値は $SU(5)$ の随伴表現に比例した離散的な値をとらなければならない．クォーク粒子のハイパーチャージが電子に対して 2/3 という値をとるのは，T^0 のトレースが 0 となる条件の帰結である．一見ばらばらにみえる素粒子の $U_Y(1)$ 電荷がこのように $SU(5)$ のゲージ群の表現として説明できるのは大変魅力的な結果であるといえよう．

5.2.2 大統一理論のスケールでの対称性の破れ

素粒子標準模型において質量の次元をもつ量が変数として入っているのはヒッグスセクターのみである．大統一理論では $SU(5)$ などの群を壊すセクターの質量スケール（GUT スケール）という新しいパラメータが入ってくる．GUT スケールは大統一理論にでてくる新しいゲージ粒子（前節の X, Y）などの質量のスケールでもある．この節ではこの GUT 対称性の破れのセクターについて具体的に考え，GUT の質量スケールが，標準模型のヒッグスセクターと直接関係する場合，理論上の困難が生じることについて説明する．

GUT の物質場の表現は，クォークとレプトンをひとつの表現の中に含んでいる．したがって，$SU(5)$ の対称性が存在する状態ではクォークとレプトンの区別がなく，レプトン数とバリオン数は保存されない．レプトン数やバリオン数を破る相互作用は $(3^*, 2)$ 表現に属するゲージ粒子 X, Y によって媒介されるので，これらの粒子がとても重く，したがって短距離でしか有効でないような理論を考える必要がある．これは，GUT 対称性を破るヒッグス粒子の真空期待値が大きいということを意味している．

一方で，標準模型のヒッグス粒子に対応するスカラー粒子は GUT スケールでは $SU(5)$ 表現の一部，例えば 5 表現でなければならず，この 2 表現部分の真空期待値は小さいはずである．

また，この 5 表現のヒッグス粒子は $SU(5)$ を $SU(3) \times SU(2) \times U_Y(1)$ に壊すことはできない．なぜなら GUT 群を破るヒッグス粒子の真空期待値は標準模型のゲージ対称性を破らない，つまり $SU(3) \times SU(2) \times U_Y(1)$ の微小変換で不変でなければならないからである．

GUT を破るヒッグス粒子の例として随伴表現（24 表現）のヒッグス粒子 H をとろう．この表現は $5 \times 5^*$ 行列の一部として表すことができる．真空期待値に対して上記の要請から

$$\langle H \rangle_i^j = v_1 \times [2, 2, 2, -3, -3]\, \delta_i{}^j \tag{5.19}$$

となることが必要である．ヒッグスポテンシャルの形状によっては，$\langle H \rangle_i^j = v_2\, [1, 1, 1, 1, -4]\, \delta_i{}^j$ といった対称性の破れが起こる可能性もあり，対称性の破

れの構造を調べる必要がある．また，24 表現は標準模型のヒッグス粒子の表現 $(1,2)$ を含まないので，標準模型のヒッグス粒子として別に 5 表現のヒッグス場 ϕ が必要になる．H と ϕ を含む一般的なヒッグスポテンシャルは

$$V(H,\phi) = V(H) + V(\phi) + \lambda_4(\mathrm{Tr}H^2)(\phi^\dagger\phi) + \lambda_5(\phi^\dagger H^2\phi) \tag{5.20}$$

$$\begin{cases} V(H) = -m_1^2\,\mathrm{Tr}H^2 + \lambda_1(\mathrm{Tr}H^2)^2 + \lambda_2(\mathrm{Tr}H^4) \\ V(\phi) = -m_2^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \end{cases} \tag{5.21}$$

であるが，ここで ϕ の真空期待値は無視できると考えると，$V(H)$ についてだけ，真空構造を調べればよい．$SU(5) \to SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ という対称性の破れの方向が極小になる条件が満たされれば，ヒッグスポテンシャルは，v_1 の方向に対して，

$$V(H) = -30m_1^2v_1^2 + 900\lambda_1 v_1^4 + 210\lambda_2 v_1^4 \tag{5.22}$$

という形状となる．その真空期待値は $v_1^2 = m_1^2/(60\lambda_1 + 14\lambda_2)$ を満たし，H の質量項に比例する．

ヒッグス場の共変微分は

$$D_\mu H = \partial H + ig[A_\mu, H] \tag{5.23}$$

と表され，ラグランジアンは $\mathrm{Tr}(D_\mu H)^\dagger D_\mu H$ という運動項を含んでいる．$[A_\mu, \langle H\rangle]$ が 0 とならないゲージ場，すなわち T^0 と非可換なゲージ場の $AAHH$ 4 点相互作用項がゲージ場 X, Y に GUT スケールの質量項を生成する．この値も再び v_1 に比例する．一方，5 表現のヒッグス粒子は $SU(3)$ の 3 重項 ϕ_3 と $SU(2)$ の 2 重項 ϕ_2 に分割されるが，各々の質量項 m_{triplet}, m_{doublet} は

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{triplet}}^2 &= -m_2^2 + (30\lambda_4 + 4\lambda_5)v_1^2 \\ m_{\mathrm{doublet}}^2 &= -m_2^2 + (30\lambda_4 + 9\lambda_5)v_1^2 \end{aligned} \tag{5.24}$$

となる．2 重項のヒッグス粒子が標準模型のヒッグス粒子であるので m_{doublet} は $O(100)$ GeV 程度である必要がある．2 重項では m_2 と v_1 の 2 つの項の値が打ち消しあうとすると m_2 は $O(v_1)$ の大きさであり，3 重項のヒッグスの質量

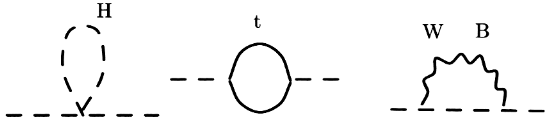


図 5.1 ヒッグス質量補正に寄与するファインマン図.

も $O(v_1)$ になる.

GUT スケールの相互作用から陽子が崩壊してレプトンになる反応が引き起こされるが，一方，陽子の寿命 10^{34} 年以上と極めて長いことが知られている．このため，X, Y などの粒子の質量は少なくとも 10^{16} GeV 程度でなければならないことが分かっている．m_{doublet} を $O(100)$ GeV にするために m_2 と v_1 の間に 10^{-14} 程度の微調整が必要となり，理論上の困難と考えられる．このような問題が存在しない GUT 理論も考案されているが，はるかに複雑であり，いずれにしても電弱相互作用と GUT という 2 つのスケールの混在は理論に一定の困難をもたらすのである．その詳細についてはここでは割愛する．

さらに「階層性の問題」も重要である．ヒッグス粒子の質量には図 5.1 で示すようなプロセスから質量に対する補正を受ける．これらのダイアグラムはいずれも図の左からきた粒子が短時間にヒッグス粒子，トップクォーク，ゲージ粒子などを放出し，これがまた，ヒッグス粒子に吸収されるものである．このような補正からくるダイアグラムには 2 次発散と呼ばれる発散がある．この発散は短時間存在する粒子の運動量の上限値 Λ に比例しており，この積分範囲は少なくとも理論が成り立つ上限，つまり大統一理論の場合には GUT スケールまでとることが適切である．この補正に，補正を加える前の値 m_0^2 を加えたものが観測されるヒッグス粒子の質量項 m_H^2 であるが，これが，$O(m_W)$ であるためには，m_0 と M_{GUT} が同程度の値で互いに打ち消しあうことが必要である．これも先に説明した m_{triplet} と m_{doublet} の差のように大きな数の調整を必要とする問題である．高いエネルギースケールの質量パラメータで低いスケールのパラメータを説明しようとすると，このような問題が起こりうることに注意しよう．

5.2.3 大統一理論の予言

標準模型のゲージ相互作用は物質場については

$$i\bar{\psi}D_\mu\gamma^\mu\psi = i\bar{\psi}\left(\partial_\mu - i\frac{g_3}{2}G^a_\mu\lambda^a - i\frac{g_2}{2}W^i_\mu\sigma^i - ig_Y B_\mu Y\right)\gamma^\mu\psi \tag{5.25}$$

という形で表される[4]．ここで λ^a は $SU(3)$ の生成演算子，σ^i は $SU(2)$ の生成演算子である．大統一理論が正しければ，この共変微分は GUT スケールで

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_5 A^\alpha_\mu T^\alpha_{\mathrm{GUT}} \tag{5.26}$$

という形で表されるはずである．ここで $g_Y = \sqrt{3/5}\,g_1$ とすると，満たすべき境界条件は $g_5 = g_3 = g_2 = g_1$ となる．つまり3つの相互作用の結合定数はあるエネルギースケール（GUT スケール）ですべて同じになる．これが大統一理論の予言であるゲージ結合の統一である．

残念ながら，標準模型の繰り込み群方程式を使って高いエネルギースケールでの結合定数を求めると，図5.2の実線のようになり3つの結合定数が一致するスケールは存在しない．大統一理論が最初に提唱されたときには結合の測定値には大きな誤差があったが，LEP 実験によって結合定数が精密に測定され，標

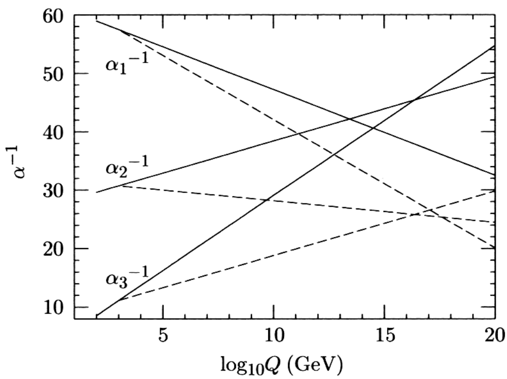


図 5.2 3つのゲージ結合のスケール依存性．実線は標準模型，点線は超対称粒子が 1 TeV に存在する場合．

[4] ここでは $SU(5)$ のゲージ場を A^α_μ とし，強い相互作用のゲージ場を $G^{\mu\alpha}$ と表した．

準模型の素粒子のみでは，大統一模型の予言は成立しないことが明らかになった．この問題を解決するためには標準模型の粒子がすべて現れる 100 GeV 程度のエネルギースケールと，GUT スケールの間に新粒子を入れて繰り込み群方程式の係数 b_i を変える必要がある．特に次の節で述べる階層性の問題が存在しない超対称標準模型では，新粒子の存在によってゲージ結合の繰り込み群方程式が変更をうけ，GUT の結合定数予言が成り立つ．

5.3 超対称模型と大統一理論

大統一理論は標準模型における $U_Y(1)$ のハイパーチャージの説明には成功しているが，ヒッグスセクターには階層性問題があった．また，標準模型の粒子のみが存在すると仮定して高いスケールでのゲージ結合定数を計算すると，GUT の予言に適合するような高いエネルギーでの結合定数の一致はみられない．また，対称性が破れるスケールは 10^{15} GeV 程度であると考えられるが，$SU(2)$ 2 重項の質量のスケールは 100 GeV 程度である必要がある．さらに，深刻なのは階層性の問題といわれる質量の 2 次発散の問題であった．この大統一理論の問題点のかなりの部分を克服するのが超対称標準模型である．この章ではこの模型について説明する．

超対称模型は標準模型の粒子をスピンが 1/2 異なる粒子と関係づける対称性である．標準模型をこの対称性をもつように拡張すると，ゲージ結合が大統一理論の予言を満たし，かつ 2 次発散の問題がなくなることが知られている．この節ではこの超対称模型について解説を行う．この模型を直接的に証明する実験データは現在存在しないが，今後 LHC 実験で超対称粒子の探索が進むと期待される．

5.3.1 超対称性とその表現

超対称性はスピン J の粒子とスピン $J+1/2$ の粒子とを関係づける対称性である．超対称変換を生成する演算子 $Q, \bar{Q}$ はフェルミ統計に従う．Q は 2 成分の左巻きの場，$\bar{Q}$ ($\bar{Q}_{\dot{\alpha}} = (Q_\alpha)^\dagger$) はその複素共役である．ローレンツ変換の生

成演算子 $M^{\mu\nu}$ に対して

$$[Q_\alpha,\ M^{\mu\nu}] = \frac{1}{2}(\sigma^{\mu\nu})_\alpha{}^\beta Q_\beta \tag{5.27}$$

という交換関係を満たす．2 成分表示で代数関係を表すことに慣れていない読者もいると思うが，Q と $\bar{Q}$ を 1 つのマヨラナ場

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} Q_\alpha \\ \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \tag{5.28}$$

とすれば 4 成分のディラック場で代数関係を表すことも可能である．ここで $(\sigma^{\mu\nu})_\alpha{}^\beta$ は

$$\sigma^{0i} = -i\sigma^i,\quad \sigma^{ij} = \epsilon_{ijk}\sigma^k \tag{5.29}$$

という行列である．内積

$$\xi\eta = \xi^\alpha\eta_\alpha,\quad \bar{\xi}\bar{\eta} = \xi_{\dot{\alpha}}\eta^{\dot{\alpha}} \tag{5.30}$$

はローレンツ変換に対して不変である．上下の添字があるが，添字の上げ下げはローレンツ変換の不変テンソル

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \tag{5.31}$$

によって，

$$\xi^\alpha = \epsilon^{\alpha\beta}\xi_\beta,\quad \bar{\eta}_{\dot{\alpha}} = \bar{\eta}^{\dot{\beta}}\epsilon_{\dot{\beta}\dot{\alpha}} \tag{5.32}$$

と行う．

Q の交換関係は

$$\begin{cases} \{Q_\alpha,\, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}}P_\mu \\ \{Q_\alpha,\, Q_\beta\} = \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}},\, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 \\ [Q_\alpha, P_\mu] = [\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, P_\mu] = 0 \end{cases} \tag{5.33}$$

である．ここで

$$(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} = (1, \sigma^i) \tag{5.34}$$

は γ 行列の非対角成分に対応する．

式 (5.33) より，Q および $\bar{Q}$ は 1/2 の質量次元をもつ演算子であることが分かる．$Q, \bar{Q}$ で生成される超対称変換は $1 + \alpha Q + \bar{\alpha}\bar{Q}$ で表される．ここで，α はグラスマン数でフェルミ統計に従い，スピン 1/2 で，次元が $-1/2$ の「微小パラメータ」である．この変換はボーズ粒子の場をフェルミ粒子の場に変換する．また，式 (5.33) には並進の演算子 P が含まれていて，この変換を繰り返すと座標微分が現れる．

ここで定義される変換は標準模型のゲージ対称性といった内部対称性と異なるものであることに注意しよう．内部対称性の生成演算子の交換関係は

$$\left[T^i, T^j\right] = if_{ijk}T^k \tag{5.35}$$

であった．T はローレンツ変換に対して不変であり，これによって生成される微小な場の変換

$$\delta\phi(x)_i = i\alpha_k T^k_{ij}\phi_j \tag{5.36}$$

には他のボゾン場が現れる．T は次元をもたない量であり，したがって α_k も無次元であった．

超対称変換を特定のスピンと質量の固有状態に対して行うことで，超対称性をもつ理論にどのような粒子の組が存在しなければならないかを決定することが可能である．まず，超対称性をもつ理論では粒子と超対称粒子の数は同じであることを示そう．N_F をフェルミ粒子数を表す演算子とする．この演算子は

$$(-)^{N_F}Q_\alpha = -Q_\alpha(-)^{N_F} \tag{5.37}$$

という性質を満たす．ここで任意の演算子 A に対してそのトレースを

$$\mathrm{Tr}\,A = \sum_i \langle i|A|i\rangle \tag{5.38}$$

と定義する．ここで和はすべての「状態」についてとる．このとき，

$$\mathrm{Tr}[(-)^{N_F}\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\}] = \mathrm{Tr}[(-)^{N_F}Q_\alpha\bar{Q}_{\dot{\beta}} - \bar{Q}_{\dot{\beta}}(-)^{N_F}Q_\alpha] = 0 \tag{5.39}$$

となるが，一方で，$Q, \bar{Q}$ の交換関係から

$$2(\sigma)^{\mu}_{\alpha\dot{\beta}}\,\mathrm{Tr}[(-)^{N_F}P_\mu]=0 \tag{5.40}$$

である．この結果，$P_\mu=0$ を満たす真空 $|0\rangle$ 以外では $\mathrm{Tr}[(-)^{N_F}]$ =(ボゾン数) −(フェルミオン数) = 0 であるといえる．

次に質量 M，スピン J の状態 $|J,m\rangle$ が，$Q|J\rangle=0$ を満たす場合について考えよう．この粒子の重心系では運動量は $(M,0,0,0)$ であるので，Q の交換関係を

$$\{Q_\alpha,\ \bar{Q}_{\dot{\beta}}\}=\delta_{\alpha\dot{\beta}}2M \tag{5.41}$$

と書き直すことができる．$\alpha,\dot{\beta}$ は 1, 2 をはしる添字である．このときに，

$$b_\alpha=\sqrt{M}Q_\alpha,\quad b^\dagger_\alpha=\sqrt{M}\bar{Q}_{\dot{\alpha}} \tag{5.42}$$

とすると

$$\{b_1,\bar{b}^\dagger_1\}=\{b_2,\bar{b}^\dagger_2\}=1 \tag{5.43}$$

が成り立つ．これは第 3 章で現れたフェルミ粒子の交換関係と同様に，2 自由度のフェルミ粒子の生成・消滅演算子の交換関係であると理解することが可能である．

ある状態 $|\psi\rangle$ が $b_i|\psi\rangle=0$ を満たすとすると，ψ に対して $b^\dagger_i$ をかけることで，基底状態から $\bar{Q}$ によって生成されるすべての状態を網羅することができる．Q はローレンツ変換について

$$\bar{Q}_{\dot{1}(\dot{2})};\quad (J,J_z)=(1/2,(\pm)1/2) \tag{5.44}$$

という性質をもっているので，状態を角運動量で分類するのが便利である．スピン J の状態にスピン 1/2 の演算子 $\bar{Q}$ をかけるとスピン合成則によって，$J+1/2$ と $J-1/2$ の状態が現れる．この状態はそれぞれ $2J+2$ と $2J$ の自由度をもっている．さらに $\bar{Q}_1$ あるいは $\bar{Q}_2$ をかけると，この状態はもとの状態から $\bar{Q}_1\bar{Q}_2$ を作用させたものに等しい．$2\bar{Q}_1\bar{Q}_2=\bar{Q}_1\bar{Q}_2-\bar{Q}_2\bar{Q}_1=Q_\alpha Q^\alpha$ はスピン 1/2 の状態を反対称に組んだ角運動量 0 の状態である．したがって $\bar{Q}_1\bar{Q}_2|J\rangle$ はスピン J である．まとめると，

$$J\to(J+1/2)+(J-1/2)\to J \tag{5.45}$$

となる．このように，超対称性によって組になった粒子のことを超対称多重項 (supermultiplet) という．$J=0$ の状態から出発すれば，スピン 0 の状態 2 自由度に対して，スピン 1/2 の状態が 1 つ（自由度 2 つ）の組が超対称性のもとでの表現となる．$J=1/2$ から出発した場合はスピン 1/2 の状態が 2 つ（自由度 4 つ）について，スピン 0 の状態とスピン 1 の状態が 1 つづつ（自由度 4 つ）が組になったものが超対称な表現である．質量をもったスピン 1 の粒子（ゲージ場）が存在するためには，ゲージ対称性の破れをもたらすスカラー粒子（ヒッグス粒子）が必要であるが，この超対称表現はヒッグス粒子を含んだものとなっている．

質量 0 の粒子については別の考察が必要である．質量 0 の状態では粒子は光速で進み，静止系をとることができない．このような場合スピン J の状態は 1 自由度で，ヘリシティ（進行方向のスピン）の固有状態 J あるいは $-J$ である．

質量 0 の粒子の運動量は，一般性を失わずに $P^\mu=(p,0,0,p)$ ととることができ，Q の交換関係は

$$\{Q_\alpha,\bar{Q}_{\dot{\alpha}}\}=2(\sigma_\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}P^\mu=4p\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} \tag{5.46}$$

から

$$\begin{cases} a=Q_1/\sqrt{4p}, & a^\dagger=\bar{Q}_{\dot{1}}/\sqrt{4p} \\ b=Q_2/\sqrt{4p}, & b^\dagger=\bar{Q}_{\dot{2}}/\sqrt{4p} \\ \{a,a^\dagger\}=1, & \{b,b^\dagger\}=0 \end{cases} \tag{5.47}$$

である．このとき $b,b^\dagger$ のつくる状態は内積が 0 となり，物理的意味をもたない． 一方，$a^\dagger$ はヘリシティ $-1/2$ の固有状態である．したがって，

$$a^\dagger|J\rangle\to|J-1/2\rangle,\ \ a^\dagger|J-1/2\rangle=a^{\dagger 2}|J\rangle=0,\ \ b^\dagger|J\rangle=0 \tag{5.48}$$

となり，超対称性の表現として，$|J\rangle$ と $|J-1/2\rangle$ の 2 つの状態が必要なことが分かる．

超対称変換は並進対称性を含んでいるため，内部対称性 X と可換でなければならない．

表 5.1 標準模型の物質場とその超対称粒子

総称	表現	スピン 1/2 クォーク	スピン 0 スクォーク
Q U, D	$(3,2)_{1/6}$ $(3^*,1)_{-2/3,1/3}$	$q_L = (u,d)_L$ u^c, d^c	$\tilde{q}_L = (\tilde{u}_L \tilde{d}_L)$ $\tilde{u}^c, \tilde{d}^c$
		レプトン	スレプトン
L E	$(1,2)_{1/2}$ $(1,1)_1$	$l_L = (\nu, e)_L$ e^c_R	$\tilde{l}_L = (\tilde{\nu}_L, \tilde{e}_L)$ $\tilde{e}^c_R$
		ヒグシーノ	ヒッグス
H_1 H_2	$(1,2)_{-1/2}$ $(1,2)_{1/2}$	$(\tilde{H}^0_1, \tilde{H}^-_1)$ $(\tilde{H}^+_2, \tilde{H}^0_2)$	$H_1 = (H^0_1, H^-_1)$ $H_2 = (H^+_2, H^0_2)$

$$[Q,\, X] = 0 \tag{5.49}$$

このため1つの超対称多重項に属する粒子は同じ内部対称性の表現に属する．内部対称性の足を i として $|\lambda+1/2, i\rangle = Q|\lambda, i\rangle$, $X|i\rangle = T_{ij}|j\rangle$ とすると

$$QX|\lambda, i\rangle = T_{ij}Q|\lambda, j\rangle = T_{ij}|\lambda+1/2, j\rangle \tag{5.50}$$

$$XQ|\lambda, i\rangle = X|\lambda+1/2, i\rangle \tag{5.51}$$

となるので，

$$X|\lambda+1/2, i\rangle = T_{ij}|\lambda+1/2, j\rangle \tag{5.52}$$

が成立するからである．

標準模型を超対称に拡張する場合には，標準模型の粒子を超対称多重項に拡張する必要がある．このため，表 5.1，5.2 のような粒子が必要なことが分かる[5)]．

標準模型ではヒッグス粒子の 2 重項 は 1 つだけ導入されるが，この表ではヒッグス 2 重項が 2 種類導入されている．これには，2 つの理由がある．超対称模型ではヒッグス粒子に対して，ともに超対称多重項を構成するカイラルなヒグシーノ粒子が必要とされる．一方，輻射補正を考慮しても理論がゲージ対称性をもつためには，$U(1)$ 電荷をもつフェルミ粒子について $\sum_i (Y_i)^3 = 0$,

5) 重力場についても同様にスピン 2 の重力子 $g_{\mu\nu}$ (graviton) に対してスピン 1/2 のグラビティーノ粒子 $\tilde{\psi}^\mu$ (gravitino) を導入する必要がある．

表 5.2 標準模型のゲージ粒子とその超対称粒子

表現	スピン 1	スピン 1/2
(8, 1)	$G^{\mu,a}$	グルイーノ $\tilde{G}^a$
(1, 3)	$W^{\mu i}$	ウィーノ $\tilde{W}^i$
(1, 1)	B^{μ}	ビーノ $\tilde{B}$

$\sum_i Y_i = 0$ が成り立たなければならない．標準模型の粒子はこの条件を満たしているため，新たに導入されるフェルミ粒子であるヒグシーノ粒子は独立にこの条件を満たさなければならない．ヒッグス粒子の超対称多重項を 1 つ入れた状態では $(1,2)_{1/2}$ というフェルミ粒子が新たに導入され，理論に量子異常が生ずる．そこで $(1,2)_{-1/2}$ に属するヒッグス粒子を入れることで量子異常のない理論にすることができるのである．また，標準模型では，u クォークと d クォークの両方に質量を与えるためにヒッグス粒子とその複素共役を使って相互作用項を書くが，超対称性をもつ場の理論では，場と場の複素共役の積をとった湯川相互作用項は存在しない（5.3.3 節を参照）．このため複素共役に対応する量子数をもつ場が必要なのである．

超対称な素粒子模型をつくるためには，自発的な超対称性の破れが必要である．このことは以下のような議論から示すことができる．P_μ と Q が可換であることから

$$[H, Q_\alpha] = 0 \tag{5.53}$$

である．このことから，静止系にある状態 $|\phi\rangle$ について，$|\psi\rangle = Q|\phi\rangle$ が質量の固有状態であるとすると，

$$(HQ - QH)\,|\phi\rangle = H|\psi\rangle - m_\phi Q|\phi\rangle = (m_\psi - m_\phi)|\psi\rangle = 0 \tag{5.54}$$

より，$m_\phi = m_\psi$ が成り立つからである．

標準模型の粒子に対して，同じ質量をもち，スピンが 1/2 異なる粒子は発見されていないので，このような関係は模型構築のためには不都合である．自発的な超対称性の破れがあれば，同じ超対称項に属する粒子の質量が同じである

という関係を破り，超対称粒子と粒子の間に差をもたせることが可能である．

標準模型のゲージ対称性の自発的破れの機構については 4.3 節で述べた．この場合は複素スカラー場が真空期待値をもつことによって，真空 $|\Omega\rangle$ の大域的変換不変性が破れたのである．大域的変換の演算子を Q_G とするとこれは $Q_G|\Omega\rangle \neq 0$ であることに対応する．実際， $\delta\phi_i = [Q_G, \phi_i] = T_{ij}\phi_j$ と変換する真空期待値をもつ場に対して

$$\langle\Omega|\delta\phi_i|\Omega\rangle = \alpha T_{ij}\langle\Omega|\phi_j|\Omega\rangle \neq 0 \tag{5.55}$$

であるとする．このとき真空 $|0\rangle$ が変換に対して不変である，すなわち $Q_G|\Omega\rangle = 0$ と仮定すると $\langle\Omega|\delta\phi|\Omega\rangle = 0$ となり矛盾が生じる．5.3.4 節で述べるように，超対称性の場合も超対称変換した場の真空期待値が 0 でない場合に，超対称性の自発的破れが起こる．

5.3.2 超対称性と大統一理論

理論を超対称をもたせることで模型には多数の粒子がつけ加わる．これらの粒子はゲージ相互作用をするため，ゲージ結合の繰り込み群方程式 (5.3)〜(5.5) に影響を与える．そこで超対称標準模型におけるゲージ結合のエネルギー依存性について考えてみよう．

簡単のために超対称粒子の質量がすべて M_{SUSY} であるとする．$Q > M_{SUSY}$ でのゲージ結合の繰り込み群方程式の係数 b_i は超対称粒子の影響によって，

$$\begin{cases} b_3 = -9 + 2N_g = -3 \\ b_2 = -6 + \dfrac{4}{3}N_g + \dfrac{1}{2}N_H = 1 \\ b_1 = 2N_g + \dfrac{3}{10}N_H = \dfrac{33}{5} \\ b' = \dfrac{10}{9}N_g + \dfrac{1}{2}N_H = 11 \end{cases} \tag{5.56}$$

となる．先ほどと同様，N_g は世代数であり，N_H はヒッグス 2 重項の数である．超対称粒子の質量より下のスケールでは，超対称粒子は繰り込み群方程式に影響を及ぼさず，繰り込み群方程式は標準模型と同じである．あるスケール，

例えばゲージ結合が LEP 実験で精密に決まっている m_Z のスケールのゲージ結合を境界条件として，繰り込み群方程式を解いて高いエネルギースケールでのゲージ結合を求めるとする．$m_Z < Q < m_{SUSY}$ では標準模型の繰り込み群方程式 (5.5) を，そこから上では超対称模型の繰り込み群方程式 (5.56) を使う必要がある．図 5.2 に，1 TeV に超対称粒子がある場合のゲージ結合のスケール依存性を点線で示した．超対称な大統一理論は標準模型を大統一理論に拡張した模型と比べて，3 つのゲージ結合の一致がよく，一致するスケールはだいたい 2×10^{16} GeV 程度ある．このことから，大統一理論を考えるのであれば，超対称模型の枠組みを用いることが自然であると考えられる．

5.3.3 超対称な場の理論とヒッグスセクターの 2 次発散

ここまでは超対称性の表現論からだけ理解できることを議論してきたが，ここでは超対称性をもつ場の理論の性質について考える．超対称性は空間の並進対称性と関係するため，まず量子力学の座標表示を拡張して，超対称性を表現することを考えることにする．超対称はボソンとフェルミオンとの間の変換であるので，これは座標を

$$x \to x, \theta, \bar{\theta} \tag{5.57}$$

と拡張することに対応する．ここで θ は 2 成分のフェルミオンで，グラスマン性

$$\{\theta_a, \theta_b\} = \left\{\bar{\theta}_{\dot{a}}, \bar{\theta}_{\dot{b}}\right\} = 0 \tag{5.58}$$

を満たす．また，$\theta_a\theta_b\theta_c = \bar{\theta}_{\dot{a}}\bar{\theta}_{\dot{b}}\bar{\theta}_{\dot{c}} = 0$ である．

この「空間」の並進の生成演算子を $g(x, \theta, \bar{\theta}) \equiv \exp(ixP + i\theta Q + i\bar{\theta}\bar{Q})$ とする．質量次元は $Q = \bar{Q}$ が 1/2 であることから，θ の質量次元は $-1/2$ である．これに対する微小変換として左演算 (left operation) を以下のように定義する．

$$\mathcal{L}_{\epsilon,\alpha,\bar{\alpha}} g(x, \theta, \bar{\theta}) \equiv g(\epsilon, \alpha, \bar{\alpha}) g(x, \theta, \bar{\theta}) \tag{5.59}$$

この左変換を微小変換パラメータ $\epsilon, \alpha, \bar{\alpha}$ で展開して

$$g(\epsilon, \alpha, \bar{\alpha}) g(x, \theta, \bar{\theta}) = g(x^\mu + \epsilon^\mu + i\alpha\sigma^\mu\bar{\theta} - i\theta\sigma^\mu\bar{\alpha}, \theta + \alpha, \bar{\theta} + \bar{\alpha})$$

$$\sim (1+\epsilon^\mu\partial_\mu+\alpha S+\bar{\alpha}\bar{S})g(x,\theta,\bar{\theta}) \tag{5.60}$$

とすると，

$$\begin{cases} S_\alpha = \dfrac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + i(\partial\!\!\!/\bar{\theta})_\alpha \\ \bar{S}_{\dot{\alpha}} = -\dfrac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i(\theta\partial\!\!\!/)_{\dot{\alpha}} \end{cases} \tag{5.61}$$

($\partial\!\!\!/ \equiv \sigma^\mu\partial_\mu$) となる．ここで，$S, \bar{S}$ は座標表示した超対称変換 $Q, \bar{Q}$ の生成演算子である．さらに S に可換な演算子を右からの微小変換の積 $g(x,\theta,\bar{\theta})g(\epsilon,\alpha,\bar{\alpha})$ から定義できる．左からの積と右からの積は干渉しないので，D は S に対して可換な演算子である．

$$\begin{cases} D_\alpha = \dfrac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i(\partial\!\!\!/\bar{\theta})_\alpha \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}} = -\dfrac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + i(\theta\partial\!\!\!/)_{\dot{\alpha}} \end{cases} \tag{5.62}$$

この $D, \bar{D}$ は既約な超対称場をつくるうえで重要となる．

5.3.1 節で超対称変換の表現を調べた際に，スピン 0 とスピン 1/2 の状態からなる表現が存在することをみた．これらの場を含む「超対称な場」を「超対称な座標表示」からつくることを考えよう．この超対称な粒子対に対応する場は $x, \theta, \bar{\theta}$ で展開される場の係数となっていると期待される．しかし，場を $\theta, \bar{\theta}$ 展開すると $\Phi(x,\theta,\bar{\theta}) = \phi(x) + \theta\psi(x) + \bar{\theta}\bar{\chi}(x) + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}V_\mu(x) + \cdots + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x)$ であり，$\phi(x), \psi(x)$ だけでなく $V_\mu(x), \cdots$, $D(x)$ と多くの不要な場が入る結果となる．しかも ϕ を次元 1 とすると，V_μ, D は次元 2，次元 3 となり，物理的な場ではありえない．

より少ない場で閉じる超対称場を得るには，S と可換な D を用いて，$\bar{D}\Phi_{(+)} = 0$ あるいは $D\Phi_{(-)} = 0$ という条件を要求する．この条件を満たす超対称場は，超対称変換をした後でもこの条件を満たすことは，D と S が可換であることから明らかである．

さらに $y^\pm = x^\mu \mp i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$ と $\theta\,(\bar{\theta})$ が $\bar{D}\,(D)$ をかけて 0 になることから，

$$\begin{cases} \Phi_{(+)}(y^+,\theta) = \exp\left(-i\theta\partial\!\!\!/\bar{\theta}\right)\tilde{\phi}_{(+)}(x,\theta) \\ \Phi_{(-)}(y^-,\theta) = \exp\left(i\theta\partial\!\!\!/\bar{\theta}\right)\tilde{\phi}_{(-)}(x,\bar{\theta}) \end{cases} \tag{5.63}$$

と書けることがわかる．$\exp(-i\theta\partial\!\!\!/\bar{\theta})$ は x の $i\theta\partial\!\!\!/\bar{\theta}$ 分の並進を表す．右辺で場 $\tilde{\phi}_{(+)}$ ($\tilde{\phi}_{(-)}$) は x, θ ($\bar{\theta}$) にしかよらないため

$$\begin{cases} \tilde{\phi}_{(+)}(x,\theta) = \phi + \sqrt{2}\theta\psi + \theta\theta F \\ \tilde{\phi}_{(-)}(x,\bar{\theta}) = \phi^* + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi} + \bar{\theta}\bar{\theta}F^* \end{cases} \tag{5.64}$$

と書くことができる．ϕ を次元 1 としたとき，F は次元 2 の補助場であり，物理的自由度はスカラー場 ϕ とフェルミオン場 ψ である．この超対称場はスピン 0 とスピン 1/2 の状態からなる超対称性の既約表現に対応し，カイラル超場 (Chiral Superfield) と呼ばれる．標準模型の物質場はこれに対応している．

この場に対して，超対称変換 $(\alpha S + \alpha\bar{S})$ を行うと，場は

$$\delta\psi_{(+)} = \exp(-i\theta\partial\!\!\!/\bar{\theta})(\delta\phi + \sqrt{2}\theta\delta\psi + \theta\theta\delta F) \tag{5.65}$$

と再び同じ形にまとまり，個々の成分の変換性は

$$\begin{cases} \delta\phi = \sqrt{2}\alpha\psi \\ \delta\psi = -i\sqrt{2}\partial\!\!\!/\phi\bar{\alpha} + \sqrt{2}F\alpha \\ \delta F = -i\sqrt{2}\bar{\alpha}\bar{\partial\!\!\!/}\psi \end{cases} \tag{5.66}$$

である．ϕ を次元 1 の場とすると，ϕ は変換すると次元 3/2 のフェルミ場 ψ になる．ψ の変換は ϕ の微分と次元 2 の補助場 F を含む．さらに F の変換は全微分の形となっている．

超対称場は積も超対称場であるため，場の任意の積の $\theta\theta$ 項をとると，超対称変換によって全微分となる．この性質は超対称な相互作用項を発見するために重要である．例えば，カイラル超場の 3 つの積から得られる $\theta\theta$ 項は

$$\begin{aligned} &\Phi_1\Phi_2\Phi_3|_{\theta\theta} \\ &\quad \to (F_1(x)\phi_2(x)\phi_3(x) + F_2(x)\phi_1(x)\phi_3(x) + F_3(x)\phi_1(x)\phi_2(x) \\ &\qquad -\psi_1(x)\psi_2(x)\phi_3(x) - \psi_2(x)\psi_3(x)\phi_1(x) - \psi_3(x)\psi_1(x)\phi_2(x)) \end{aligned} \tag{5.67}$$

また，2 つの場の積の場合には

$$\Phi_1\Phi_2|_{\theta\theta} \to (F_1(x)\phi_2(x) + F_2(y)\phi_1(x)) - \psi_1(x)\psi_2(x) \tag{5.68}$$

が $\theta\theta$ 項である．そこで，任意のカイラル超場の関数 $W(\Phi_1, \Phi_2, \cdots)$ に対して

$$V = W(\Phi_1, \Phi_2, \cdots)|_{\theta\theta} \tag{5.69}$$

とおくと

$$\delta_{SUSY} \int d^4xV = \int d^4x\partial_\mu F^\mu = \int_S d\mathbf{nF} \to 0 \tag{5.70}$$

と表面積分となり，超対称変換に対して不変な相互作用項 V の性質を満たしている．式 (5.67) は湯川結合 $\psi\psi\phi$，式 (5.68) は質量項 $\psi_1\psi_2$ を含むことに注意する．

カイラル場の積から超対称変換に対して不変な運動項をつくるには $\Phi^\dagger, \Phi$ の関数の $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ 項を取る．場と場の共役の任意の積の $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ の係数場を $D(x)$ とする．$\delta D(x)$ の変換には θ の低い次数のベキの係数場しか現れないため，超対称変換のもとで，$S, \bar{S}$ の θ あるいは $\bar{\theta}$ 項のみが寄与する．この項が必ず座標微分を含むことから，$\delta D(x)$ は θ のベキの低い項に表れる場の全微分の形になっている．このようにして得られる項は，例えば $\Phi^\dagger\Phi$ については

$$\Phi^\dagger\Phi|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} = \partial\phi\partial\phi^* + \bar{\psi}\sigma\partial\psi + F^*F \tag{5.71}$$

という形になり，運動項として適切な形となる．

ϕ を質量次元 1 の場とすると F は質量次元 2 の場であって，繰り込み可能な次元 4 までの F を含む相互作用項は $F_i\phi_j$ (W_2 より)，$F_i\phi_j\phi_k$（W_3 より），$F_i^*F_i$（運動項）の形で現れる．運動方程式を解くとこれらの項からスカラー場 ϕ の 4 次までの項が得られる．例えば，相互作用項が上記の $\lambda\Phi_1\Phi_2\Phi_3$ の θ^2 項とその共役で表される場合には，運動方程式は

$$F_1^* + \lambda\phi_2(x)\phi_3(x) = 0,\ F_2^* + \lambda\phi_3(x)\phi_1(x) = 0,\ F_3^* + \lambda\phi_1(x)\phi_2(x) = 0 \tag{5.72}$$

であり，この運動方程式を再度ラグランジアンに代入すると相互作用は

$$L_{int} = -\lambda^2 \left(|\phi_2\phi_3|^2 + |\phi_3\phi_1|^2 + |\phi_1\phi_2|^2\right) \tag{5.73}$$

となる．ここでスカラー 4 点相互作用の結合定数と湯川結合 λ に関係がついて，独立にとれないことに注意しよう．

超対称模型の相互作用の特徴をすべて書き下すことは本稿の目的を超えるので，ここでは理論の重要な特徴をあげることにする．

1. ボゾン場に対して，フェルミ場が必ず対になっている．また，スカラー場とフェルミオン場で湯川相互作用 $y\phi_1\psi_2\psi_3$ を書くと，必ず $y\phi_3\psi_1\psi_2$ と $y\phi_2\psi_3\psi_1$ という相互作用も同時に現れる．つまり，スカラー場とフェルミ場の入れ換えに対して相互作用が対称である．
2. スカラー場の 4 点相互作用はゲージ相互作用と湯川相互作用だけに依存する．湯川相互作用を含む $W_3|_{\theta\theta}$ と運動項から運動方程式を解いて導き出される 4 点結合についてはすでに述べた．これ以外にもゲージ相互作用の結合定数の 2 乗に比例するスカラー場の 4 点相互作用項も存在する．最も簡単な超対称をもつ標準模型の拡張である超対称標準模型 (Minimal Supersymmetric Standard Model, MSSM) ではヒッグス粒子の 4 点相互作用はゲージ相互作用にのみ依存しており
$$\mathcal{L}_H^4 = \frac{g^2}{8}(\bar{H}_1\tau_a H_1^2 + \bar{H}_2\tau_a H_2)^2 - \frac{g'^2}{8}(|H_1|^2 - |H|_2^2)^2 \tag{5.74}$$
である．

特徴 1 は標準模型を超対称模型に拡張する際に注意すべき特徴である．超対称模型では ヒッグス粒子は $(1,2)_{\pm 1/2}$ という表現に属するが，これは左巻きのレプトン場 L と同じである．すなわち，標準模型を超対称に拡張すると，ヒッグス粒子とスカラーレプトンを置き換えたゲージ不変な相互作用を禁止できない．標準模型の湯川相互作用を超対称に拡張するには

$$W = y_U H_1 \cdot QU^c + y_D H_2 \cdot QD^c + y_L H_2 \cdot LE^c \tag{5.75}$$

という超場の積 W の $\theta\theta$ 項が必要である．ここで $H_1, H_2, Q, U^c, D^c, L, E^c$ はそれぞれフェルミオン成分とスカラー成分が表 5.1 の 1 項目，2 項目に対応するカイラル超場である．また E^c, D^c, U^c は右巻き場を荷電変換して左巻きの場にしたことに注意する．一方でゲージ不変であるという条件を満たす湯川相互

作用としては，式 (5.75) に加えて

$$W' = y_{UD}\epsilon_{ijk}U^i D^j D^k + y_{LD}L \cdot QD^c + y_{LE}L \cdot LE^c + M_{LH}L \cdot H_1 \quad (5.76)$$

も考えられる．

この W' から得られる相互作用はレプトン数やバリオン数を破っており，実験的な制限が厳しい．単に y_{UD}, y_{LD}, y_{LE} などの結合定数が小さいと仮定することも可能であるが，より魅力的な方法は R パリティの保存を要求し，W' を禁止することである．

R パリティは超対称な場に付随する $+1$ あるいは -1 の量で，なおかつ θ や Q について -1 である．真空期待値をもつヒッグス粒子と標準模型の物質場であるフェルミ粒子が $R=1$ をもつように決定すると，スクォーク，スレプトン，ヒグシーノの R パリティは -1 となる．このとき，標準模型の相互作用項を超対称化した相互作用項は，R パリティを積で保存する．一方，レプトン数やバリオン数を破る相互作用は，R パリティを破るため禁止される．相互作用が R パリティを保存すると一番軽い超対称粒子は，崩壊することができないので安定になる．この最も安定な素粒子は暗黒物質の候補となる（5.4 節）．

特徴 2 は超対称模型のヒッグスセクターを考えるうえで重要である．標準模型にあったヒッグスセクターの 2 次発散は，超対称模型において消滅する．これはヒッグスや他のスカラー粒子の 4 点相互作用がゲージ結合や湯川結合の積に置き換わり，クォーク，ゲージ粒子の輻射補正からくる 2 次発散を打ち消す働きをするからである．このようなことが起こるのは，超対称模型においてはボゾンとフェルミオンが対称性で関係づけられているために，ボゾンの質量補正の発散がフェルミオンのものと同じであるということに由来している．フェルミオンの質量補正はカイラル対称性によって log 発散に抑えられているので，スカラー粒子の質量補正も log 発散になるのである．

ヒッグス場の 4 点相互作用がゲージ結合で表されることは，ヒッグス粒子の質量に対して重要な制限を与えている．素粒子標準模型のヒッグス粒子の質量を決めているのは真空期待値の値とヒッグス粒子の 4 点相互作用である．MSSM ではヒッグス場の 4 点結合はゲージ結合の 2 乗に比例する．このため，ヒッグス粒子の質量には，摂動の 0 次数では Z^0 粒子の質量（およそ 91 GeV）以下と

いう上限がついている．この上限はトップとスカラートップを含む輻射補正の効果によって上がり，135 GeV 程度まで重くなれると考えられている．

5.3.4 超対称性の動的破れ

超対称性標準模型はゲージ相互作用の統一に成功しているたいへん興味深い模型である．しかし，超対称模型においては，超対称粒子とそのパートナーとなる標準模型の粒子の質量の差の起源となる，超対称性の自発的破れの機構（真空の超対称性の破れ）が必要となる．

超対称性を自発的に破る模型は多数あるが，ほとんどの場合，超対称性を破る粒子は標準模型の粒子と直接結合せず，中間に超対称の破れを伝える相互作用がある構造をしている．特に重要なのは，重力相互作用を介して超対称粒子に質量をもたせる模型（超重力模型）や，ゲージ相互作用を介して超対称粒子に質量を与える模型（ゲージメディエーション模型）がある．超対称粒子を発見したときに，超対称粒子の質量スペクトルを同時に決定できれば，超対称性の破れを伝える機構に制限を加えることができると期待されている．

標準模型の自発的対称性の破れについては式 (5.55) 前後で議論した．ヒッグス粒子が真空期待値をもつことによって真空の不変性が破れ，これによって，ゲージ粒子が質量をもち，対称性で関係する粒子の質量の間に差が生じる．このときはヒッグス場 ϕ_i，真空 $|\Omega\rangle$ に対して

$$\langle\Omega|\delta\phi|\Omega\rangle = \alpha T_{ij}\langle\Omega|\phi_j|\Omega\rangle \neq 0 \tag{5.77}$$

である．

超対称性の自発的破れの場合，真空期待値をもつのは式 (5.64) の θ^2 に比例する F 項である．F はローレンツ不変であるから，ローレンツ対称性を破らずに真空期待値をもつことができる．このとき

$$\langle\Omega|\delta\psi|\Omega\rangle = \sqrt{2}\langle\Omega|F|\Omega\rangle\alpha \neq 0 \tag{5.78}$$

となり，真空 $|\Omega\rangle$ は超対称変換に対して不変ではない．

F に期待値をもたせる超対称なポテンシャルはいくつか知られている．多くの

模型では超対称性を破る粒子を含むセクターを隠れたセクター (Hidden Sector) として超対称標準模型と別に用意し，高次元の有効相互作用から標準模型の粒子の質量がつくられるようになっている．例として，隠れたセクターに属するカイラル超場 Z の F 項 F_Z が真空期待値をもつときに，以下のような有効相互作用を書く．

$$\delta L = \frac{1}{M^2} Z^\dagger Z \Phi^\dagger \Phi|_{\theta^2\bar{\theta}^2} \to \frac{1}{M^2}|F_Z|^2 \phi\phi^* \tag{5.79}$$

このような相互作用項は Z という場が，質量 M をもつ粒子を介して場 Φ と相互作用をしている場合に現れる．場の $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ 項をとるとスカラー粒子の質量項が現れ，$m^2 = (F_Z F_Z^*/M)^2$ である．これ以外にも $Z\Phi^2, Z\Phi^3$ という項によって，スカラー場の2点，3点にかかわる繰り込み可能な質量項が得られる．F は θ のベキが最大の項であるため，フェルミ粒子の質量項は現れず，スカラー粒子だけが質量をもつ．このような項は理論に新しい2次発散をもたらさないことが証明されていて，「ソフトな超対称性の破れ」と呼ばれる．また同様に，ゲージ場を含む超対称場に対しても同様の方法で質量項をつくることできる．このときはゲージ場の超対称粒子であるスピン 1/2 のゲージーノ粒子だけが質量項をもち，ゲージ場の質量項は現れない．すなわち，標準模型に存在するクォーク，レプトンなどの物質場とゲージ場の質量は超対称性の破れの影響を受けないが，スカラークォーク，スカラーレプトン，ゲージーノは重くなりうるという実験と矛盾しない結果になるのである．

超対称粒子は LHC 実験などで探索が続けられているが（5.6 節），もし超対称粒子が発見された場合はこの破れの機構の解明のために質量，相互作用などの理解が必要とされている．

5.4 暗黒物質と素粒子物理

宇宙には，われわれを構成する原子（核子と電子）以外に大量の物質が存在する．この物質は重力的には観測的な証拠があり，素粒子であると考えられているが，現在のところその性質は明らかではない．この節では暗黒物質の素粒子物理的な意義について解説する．

5.4.1 暗黒物質の存在を裏付ける観測

銀河の中にある物質の量は星の速度を銀河中心からの距離の関数として表した銀河の回転曲線によって調べることができる．物質が 1 カ所に集中している場合その周囲を回る天体の速度と，物質との距離との関係は

$$v \propto \sqrt{1/r} \tag{5.80}$$

である．この関係はビリアル定理（系全体の運動エネルギーの時間平均は，系全体のポテンシャルエネルギー V の時間平均の $-1/2$ に等しい）

$$-\frac{1}{2}\langle V\rangle = \left\langle \sum_i \frac{p_i^2}{2m} \right\rangle \tag{5.81}$$

やケプラーの第三法則で理解できる．この関係を使って，銀河系，銀河団など長期に渡って安定して存在すると考えられる系では，観測される星の数と独立にその内部に存在する物質量を天体の速度から求めることができる．

銀河の外縁を回る星の速度を観測すると，図 5.3 のように 外縁部に向かって速度はほぼ一定である．この一定領域は一見，星がほとんどない銀河の周辺部を含んでおり，見える量以上に物質が存在していることを意味している．

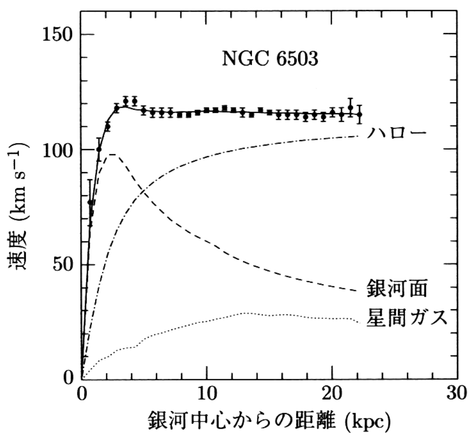


図 5.3 銀河の回転曲線の例．Kamionkowski 1998, astro-ph/9809214 より．

この光らない物質は，光学的に見ることができない暗い星と考えることは可能だろうか．このようなシナリオは重力レンズ効果を利用した暗い星の探索によって，制限されている．重力は光を曲げるので，ひとつひとつの星はその背景にある星に対してレンズの役割をする．もし暗い星が明るい星の前を横切ると，重力レンズによって星の明るさが変動する効果が観測されるはずである．しかしながら，多くの探索実験によってこのような星の数は少なく，銀河の中には暗い星以外に，多くの物質が存在する必要があることの理由となっている．銀河の集まりである銀河団においても，観測される銀河や星間ガスよりもはるかに多くの見えない物質が存在していることを，銀河の速度分布から示すことができる．

さらに近年では銀河団の中の物質の分布のダイナミックな姿を描き出すことが可能になっている．これも重力レンズ現象を利用して，銀河団内部の物質分布を調べる方法で明らかになった．銀河の集団である銀河団には，天体の物質量より星間ガスの量が，またそれよりさらに多くの見えない物質，暗黒物質が存在している．銀河団と銀河団が衝突している場所ではガスどうしの衝突によってX線が放出される．一方，この銀河団内の暗黒物質の分布は重力レンズによって観測することができる．チャンドラ衛星によって2006年に観測された銀河団衝突では，重力レンズによって観測される物質分布は，星間ガスがX線を放出しているところとは離れていて，銀河団の質量中心がほとんど衝突，変形せずにお互いにすり抜けたことを示している[6)]．このことから，銀河や銀河団に存在する見えない物質は，暗い星やガスではない新しい素粒子であると考えることができる．

現在はさらにWMAP衛星などによる宇宙背景放射の研究によって，宇宙に存在するエネルギーの23％が暗黒物質，4％がバリオンなど標準模型の安定粒子，残りは宇宙項であるということが知られている．バリオンの数よりはるかに多く存在する暗黒物質の正体を探ることは，素粒子物理にとって重要な課題である．

---

6) 英文であるが `http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2008/32/image/a/`は参考になる．

5.4.2 暗黒物質の性質と素粒子論的要請

暗黒物質はどのような性質をもつ素粒子であろうか．暗黒物質は宇宙線から観測されていないことから，電離作用をしない，すなわち電荷をもたない粒子である必要がある．また，暗黒物質となる粒子が崩壊して他の標準模型の粒子に変わるのであれば，崩壊してできた粒子を観測することで暗黒物質自体を観測することができるので，暗黒物質は安定でなければならない．またこの暗黒物質は，強い相互作用はしないと考えられる．中性で強い相互作用をする粒子は，原子核の中にトラップされるはずであるが，精度のよい探索実験でこのような安定粒子が存在しないことが示されている．

素粒子標準模型ではほとんどの素粒子は崩壊する．安定して存在する粒子にはそれらが安定であることを保証する保存則がある．電子は安定であるが，これは電子が電荷をもつ粒子の中で最も軽い粒子であり，電荷の保存則から崩壊することができないためである．陽子は大統一理論では崩壊することが可能であるが，標準模型では崩壊する相互作用はない．これは，クォークがもつバリオン数の保存則による．ニュートリノは，素粒子標準模型では最も軽い半整数のスピンをもつ素粒子であり，理論がローレンツ不変であれば，安定となる．ニュートリノは電荷をもたないため，暗黒物質としての条件を満たす可能性があるが，後述するように，このシナリオは多くの問題点を抱えている．このため暗黒物質となりうる新しい安定な粒子を理論に導入する研究がされている．

安定な素粒子を導入する最も簡単な方法のひとつは，相互作用に Z_2 パリティに対する対称性をもたせる方法である．Z_2 パリティ変換は R パリティとして超対称模型を説明する際にすでに導入したが，ここでは一般的に議論しよう．

任意の素粒子の相互作用は

$$\mathcal{L}_{\int} = \int d^4x \phi_1 \phi_2 \phi_3 \cdots \tag{5.82}$$

と書かれるが，ここで粒子に対して Z_2 変換を，パリティが奇の場合に

$$\phi_{\rm odd} \to -\phi_{\rm odd} \tag{5.83}$$

とし，パリティが偶の場合に

$$\phi_{\text{even}} \to \phi_{\text{even}} \tag{5.84}$$

と定義する．相互作用 $\mathcal{L}$ がこの変換に対して不変であるためにはすべての相互作用についてパリティが奇の粒子が偶数個入っている必要がある．この相互作用のもとでは，パリティが奇の粒子が崩壊するときに必ずパリティが奇の粒子が現れなければならない．パリティが奇の最も軽い粒子を X とすると，この粒子より軽い R パリティが奇の粒子がないため，エネルギーの保存則から崩壊することができない安定粒子となる．以前に議論した超対称標準模型ではこの Z_2 パリティである R パリティがあり，R パリティが -1 となる超対称粒子の中で最も軽い粒子が暗黒物質の候補となる．

5.4.3 暗黒物質の熱的生成

安定で電荷中性の素粒子は暗黒物質候補であるが，このような素粒子はなぜ宇宙に大量に存在するのだろうか．

この問題を考えるために宇宙の過去の状態について述べる．宇宙がほぼ均質，等方であると考えると，宇宙の計量は

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t)\left\{\frac{dr^2}{(1-kr^2)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\phi^2\right\} \tag{5.85}$$

と表すことができる．$R(t)$ は空間の大きさを表す量であり，時間変動する．このときにアインシュタイン方程式は $R(t)$ について

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 + \frac{k}{R^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \tag{5.86}$$

と表される．ここで，左辺の式は R で表される計量に依存する項のみを含み，一方右辺はエネルギー密度 ρ と重力定数 G を含んでいる．重力定数はプランク質量 (reduced Planck mass) $m_P = 2.43 \times 10^{18}$ GeV という質量次元の量と $m_P = 1/\sqrt{8\pi G}$ という関係にある．

宇宙が平坦な場合 ($k = 0$)，宇宙の密度は $H = \dot{R}/R$ によって $\rho_c = 3H^2/(8\pi G)$ と表されている．観測されている現在の宇宙膨張比率 $H = (\dot{R}/R) = 70.4^{1.3}_{-1.4}$ (km/s/Mpc) から $\rho_c = 9.30 \times 10^{-27}\,\text{kg/m}^3$ であること

がわかる．暗黒物質密度 ρ_{DM} はこの ρ_c との比率 Ω_{DM} で表され，$\Omega_{DM} = \rho_{DM}/\rho_c = 0.23$ である．またハッブル定数は，しばしば $100\,\mathrm{km}/(s{\cdot}\mathrm{Mpc})$ との比率 h で表され，$h = 0.7$ である．

式 (5.86) 右辺はエネルギー密度に比例しており，宇宙に物質や輻射が存在し，宇宙項が無視できれば常に正の値をとる．つまり，宇宙は常に膨張してきたことになる．逆に過去にさかのぼると宇宙は現在より小さい．

宇宙がある時期，熱平衡状態にあり，温度が T であったとしよう．このとき粒子のもつ運動エネルギーは温度 T に比例する．また粒子のもつ運動量は波長の逆数に比例し，宇宙の半径 R が R' に膨張したときに $p \to p' = (R/R')p$ と赤方変異する．粒子のもつエネルギーは $E = \sqrt{m^2 + p^2}$ である．密度 ρ はエネルギーがほぼ質量と同じ（つまり運動量が小さい）粒子で宇宙が満たされている物質優勢 (MD)，相対論的に運動する粒子 ($p^2 \gg m^2$) で満たされている輻射優勢 (RD) のそれぞれの場合について

$$\begin{cases} \text{MD}: & \rho/\rho_0 = (R/R_0)^3 \\ \text{RD}: & \rho/\rho_0 = (R/R_0)^4 \end{cases} \tag{5.87}$$

という R 依存性をもつ．式 (5.87) と (5.86) から

$$\begin{cases} \text{MD}: & R \propto t^{1/2} \\ \text{RD}: & R \propto t^{2/3} \end{cases} \tag{5.88}$$

という R の時間依存性を得る．また $T \propto 1/R$ である．

一般相対論による宇宙膨張を認めると，宇宙は，その初期に高温で熱平衡状態にあったことが分かる．この場合，宇宙初期に熱平衡状態にあった安定粒子は現在の宇宙に一定数残ることができることを示す．

宇宙初期に温度が十分高かったとすると，暗黒物質 X は以下のような反応で常時，生成，消滅していると考えられる．

$$\bar{X}X \leftrightarrow \bar{f}_i f_i \quad (XX \leftrightarrow \bar{f}_i f_i) \tag{5.89}$$

最初の式は粒子 X に対して反粒子 $\bar{X}$ が存在する場合，括弧内は X が自分自身の反粒子になっている場合の式である．

このような反応が存在する場合，粒子の数密度 n_X の変化は以下のようなボルツマン方程式で記述される．

$$\frac{dn_X}{dt} + 3Hn_X = -\langle\sigma|v|\rangle[n_X^2 - n_{eq}^2] \tag{5.90}$$

ここで $\langle\sigma|v|\rangle$ は温度 T での平均化された X の対消滅確率である．

この式の意味するところは以下のとおりである．粒子の総数は粒子 X が何の反応も起こさない場合一定で $n_X R^3 = c$ となる（c は定数）．これは式 (5.90) において，右辺が無視できる場合に対応し，このとき n_X は $\frac{dn_X}{dt} + 3Hn_X = 0$ を満たす．相互作用がある場合，粒子 n_X は式 (5.89) のような反応によって数が増減するが，式 (5.90) で右辺が支配的な熱的平衡状態にある場合には，n_X は

$$n_X \sim n_{eq} \tag{5.91}$$

に従う．ここで，n_{eq} は

$$\begin{cases} n_{eq} = \dfrac{g}{(2\pi)^2}\displaystyle\int f(p)d^3p \\ f(p) = [\exp((E-\mu)/T) \pm 1]^{-1} \end{cases} \tag{5.92}$$

というボルツマン分布である．式 (5.92) において，$+$ はボーズ粒子，$-$ はフェルミ粒子の場合に対応する．つまり

$$H \ll \langle\sigma v\rangle n_{eq} \tag{5.93}$$

であれば，方程式 (5.90) において右辺が十分大きく，左辺の項の寄与が無視できるので X は熱平衡状態にあるといってよい．

熱平衡状態が膨張中維持され，粒子と反粒子の数が同じであれば n_{eq} の $m_X > T$ での温度依存性が $\exp(-E/T)$ であるため，粒子 X の個数は 0 となる．一方で，右辺が無視できるのであれば，方程式は $\dot{n}_X + 3Hn_X = 0$ に近くなり，粒子数は宇宙に一定に残るであろう．また温度が高い時期ほど粒子数が多く，温度が低い時期は粒子数が少ないので，早く熱平衡から離れるほど粒子数が多くなることが期待できる．熱平衡から離れるタイミングは $H = \langle\sigma v\rangle n_{eq}$ となる温度として評価できる．

ボルツマン方程式 (5.90) のそれぞれの項の温度依存性を調べてみよう．n_{eq} については，温度 T と粒子 X の質量 m_X の間の関係によって

$$\begin{cases} n \propto gT^3 \quad (m_X \ll T) \\ n \propto g\left(\dfrac{m_X T}{2\pi}\right)^{3/2} \exp(-(m_X - \mu)/T) \quad (m_X \gg T) \end{cases} \tag{5.94}$$

が成り立つ．温度が m_X よりも極端に小さければ熱平衡状態は明らかに満たされない．また質量が十分小さく，常に $m_X < T$ が満たされる場合でも，$H \propto T^2$ で減少する一方で，$\sigma v n_X \propto T^n$ $(n \geq 3)$ となることから，宇宙の温度が下がれば X は熱平衡状態から離れ，宇宙全体に一定の量だけ残る．

安定粒子 X の現在の宇宙への残存密度 (relic density) について考えよう．十分に質量 m_X が重く，熱平衡状態が $m_X > T$ まで続く粒子の場合，その存在量はその対消滅確率の逆数に比例することが知られている．

$$n_f \propto \frac{1}{\langle \sigma v \rangle_{T=T_f}}$$

これは熱平衡状態から切れたとき $H \sim n_f \langle \sigma v \rangle$ であるが，H の温度依存性は n_f の温度依存性に比べて無視できるためである．

熱平衡から切れる温度 T_f の対消滅確率依存性は n_f の温度依存性 $\exp(-m_X/T)$ と $H \sim n_f \langle \sigma v \rangle$ から $m_X/T_f \sim \log\langle \sigma v \rangle$ となり，T_f は $\langle \sigma v \rangle$ が小さいほど大きい．これらのことから，相互作用が弱い安定粒子ほど宇宙に大量に残ることが分かる．これは暗黒物質のもつ相互作用が極めて小さいという観測的な事実と合致する．図 5.4 に X の密度の温度依存性を示した．

ニュートリノのように質量の軽い粒子の場合は，熱的平衡から切れる温度と比べて質量が軽い $m_X < T_f$ という条件が成り立っている．標準模型のニュートリノの場合 $T_f \sim 1\,\mathrm{MeV}$ である．このような軽い粒子 X が熱平衡状態から切れたときの粒子数密度 n_X は

$$n_X = n_g T_f^3 \tag{5.95}$$

と表される．n_g は有効自由度で，粒子のもつ自由度を g とし X がボーズ粒子の場合 $n_g = \zeta(3)g/\pi^2$，フェルミ粒子については $n_g = (3/4)\zeta(3)g/\pi^2$ となる．

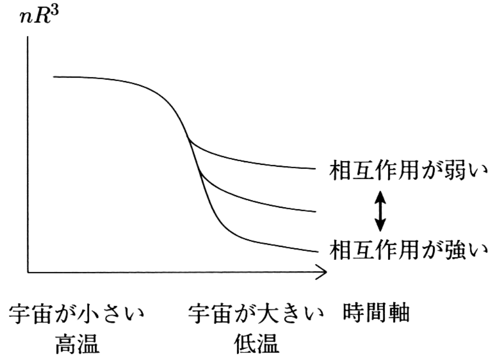


図 5.4 X の密度の温度依存性.

$\zeta(3) = 1.202$ である．熱平衡状態から切れたのち，密度は空間の膨張に従って小さくなる．

$$n_f(T) \propto n_g T_f^3 (R_f/R)^3 \propto T^3 \tag{5.96}$$

ここで R_f は温度が T_f のときの R の値である．$(R_f/R)^3$ は宇宙の総エントロピー S の保存と，エントロピー密度と宇宙の大きさとの関係 $S = sV$ $(s \equiv g_S^* T^3,$ $V \propto R^3)$ によって，温度と関係がつく．

$$\left(\frac{R_f}{R}\right)^3 \propto \frac{g_{*S}(T)T^3}{g_{*S}(T_f)T_f^3} \tag{5.97}$$

ここで $g_{*S}(T)$ は温度 T での相対論的に運動するボーズ粒子の数とフェルミ粒子の数によって

$$g_{*S}(T) = \sum_{i=boson} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} g_i \sum_{i=fermion} \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 \tag{5.98}$$

と表される．T_i は粒子 i の温度である．現在の宇宙における密度 n は宇宙背景放射によって決まる宇宙の温度 $T_{\rm now}$ と，$g_{*S}(T_f)$ の関数であり，大きく理論のパラメータに依存しない．一方，質量密度は $\rho = m_X n_X$ で，質量に比例して増える．つまり，質量に対する上限が得られるのである．ニュートリノが安定粒子であると仮定すると，現在の暗黒物質密度から，ニュートリノ質量につい

て次のような上限が得られる.

$$\sum_i (m_{\nu_i})/(91.5\text{eV}) < \Omega_{DM} h^2 \qquad (5.99)$$

これは実験的に得られるニュートリノの質量に対する上限よりもはるかに小さく，宇宙論からくる制限が，素粒子の性質を精密に決める例となっている.

標準模型のニュートリノが微小な質量をもち暗黒物質となる可能性は，素粒子標準模型が暗黒物質を説明する最も「経済的」なシナリオであるが，残念ながら，これは現在の宇宙の「構造形成」に対する理解と矛盾する．現在の理解では，宇宙初期にインフレーションが起こり，宇宙が加速的に膨張したが，このインフレーションを起こしたインフラトンというスカラー場の引き起こした微小な揺らぎが，宇宙の構造をつくる種になっている．この密度揺らぎが構造形成の始まる物質優勢の時期（物質のエネルギー密度が相対論的な輻射の密度より大きくなる時期 t_{eq}，このときの温度を T_{eq} とする.）まで生き残るためには，温度 T_c で熱平衡状態から切れた暗黒物質が密度の高い（したがって温度が高い）ところから密度の低い（温度が低い）ところに拡散しないことが必要である．熱平衡状態から切れたときに，ニュートリノが十分に相対論的であるために　T_c から T_{eq} までの移動距離が長くなり，インフレーションによる密度揺らぎが薄められてしまう．現在は詳細な数値計算によって，暗黒物質は熱平衡から切れたときにほぼ非相対論的になっていなければならないことが研究者の間のコンセンサスとなっている．暗黒物質候補となる素粒子は標準模型の中には存在しないのである.

5.4.4 暗黒物質探索

初期宇宙に熱的平衡から離れた粒子が暗黒物質になったというシナリオでは，暗黒物質の対消滅確率は宇宙における暗黒物質密度から計算でき，弱い相互作用で期待されるものと大差がないことが知られている．このような相互作用があれば，暗黒物質は，確率は少ないもののわずかに原子核などに衝突し散乱されることが期待される．もしも，ノイズの少ない測定装置があれば，暗黒物質を探索することも可能ではないだろうか？

このような試みは，初期にはニュートリノ型の相互作用をもつ暗黒物質を発見することを目指して行われた．暗黒物質の速度 v は典型的に $250\,\mathrm{km/s} \sim 0.001c$ 程度（c は光速）であるから，衝突によって原子核に与えることができる運動エネルギーは暗黒物質が $100\,\mathrm{GeV}$ のときに $100\,\mathrm{keV}$ 前後である．1回の衝突で交換されるエネルギーの量は，クォークを閉じ込めるエネルギーや，原子核のなかにある陽子，中性子をたたき出すのに必要なエネルギーよりはるかに小さい．このような場合，陽子，中性子，原子核は暗黒物質に対して点粒子として振る舞うと考えることができる．暗黒物質 X と原子核 A との当たりやすさは散乱断面積 $\sigma(XA)$ で表される．暗黒物質の密度を n_X，暗黒物質の速度を v，測定器の有感領域にある原子核の数を N とすると単位時間内に測定器のなかで起こる反応数 K は

$$K = \sigma v n_X N \tag{5.100}$$

である．銀河内で暗黒物質の密度は，銀河の回転曲線（銀河中の星の運動）から $0.3\,\mathrm{GeV/cm^3}$ であることが分かっており，暗黒物質の質量が $100\,\mathrm{GeV}$，速度が $250\,\mathrm{km/s}$ であるとすれば，その流束 $F \equiv v n_X = 75000/(\mathrm{cm^2 \cdot s})$ と非常に大きな数になる．1秒間，$1\,\mathrm{cm^2}$ あたり10万近い未知の粒子がわれわれの周辺を突き抜けているというのは，日常感覚から考えるとあり得ないほど大きい数字であるが，暗黒物質の相互作用は極めて小さく，通過する物質に影響を与えることはほとんどない．

暗黒物質と原子核の相互作用をニュートリノと同じベクトル粒子の交換であると仮定すると，核子と X の相互作用は

$$L_f \propto g\bar{\psi}_N(a\gamma_\mu + b\gamma_\mu\gamma_5)\psi_N\bar{\psi}_X(a_X\gamma^\mu + b_X\gamma^\mu\gamma_5)\psi_X \tag{5.101}$$

と記述できる．この相互作用のうち，a^2 項に比例するベクトル・ベクトル相互作用は核子数 N に比例し，散乱振幅は N^2 に比例する．有効相互作用の振幅のうち，$\langle\bar{\psi}_N\gamma_\mu\psi_N\rangle$ の非相対論的極限は $\langle\psi^\dagger\psi\rangle$，すなわち原子核数の期待値だからである．ひとつひとつの核子が暗黒物質と相互作用している状況では散乱振幅は核子数に比例するが，エネルギーの低い衝突の場合は核子数 N の2乗に比例することに注意しよう．このように，相互作用が協調して働くことで，

大きな散乱振幅が得られるケースを「コヒーレントな相互作用」という．一方で，b^2 に比例する項はスピン・スピン相互作用である．原子核はたいていの場合，スピン和が小さいので，このような項の寄与はベクトル・ベクトル相互作用と比べて重要ではない．初期の暗黒物質探索として 1988 年にコールドウェル (D. O. Caldwell) らはゲルマニウム (Ge) 半導体測定器によってニュートリノと同じ相互作用をもち，質量が 100 GeV 程度の暗黒物質の存在を否定した．暗黒物質の探索実験では，測定器の感度は原子核を構成する核子と暗黒物質の散乱断面積の上限で与えられる．この当時の暗黒物質の散乱断面積の上限は 0.7 nb $= 0.7 \times 10^{-37}\,\mathrm{m}^2$ 程度であった．

R パリティを保存する超対称模型では，最も軽い超対称粒子が安定であり暗黒物質の候補となる．暗黒物質となりうる超対称粒子は標準模型で電荷 0 の粒子の超対称粒子である．すなわちフェルミ粒子の超対称粒子である，スピン 0 のスカラーニュートリノ $\tilde{\nu}$，ヒッグス粒子の超対称粒子であるスピン 1/2 のヒグシーノ (Higgsino) $\tilde{H}_1^0$, $\tilde{H}_2^0$，ゲージ粒子の超対称粒子であるスピン 1/2 のゲージーノ $\tilde{B}$, $\tilde{W}_3$ の可能性が考えられる．スカラーニュートリノからなる暗黒物質は，仮想的なニュートリノと同じくコヒーレントな相互作用をするため，実験的な制限が厳しく，すでに否定されている．

ヒグシーノ粒子とゲージーノ粒子はヒッグス粒子が真空期待値をもつため混合してニュートラリーノ ($\tilde{\chi}_i^0$, $i = 1, \cdots, 4$) となる．ニュートラリーノのなかで最も軽い粒子 $\tilde{\chi}_1^0$ も暗黒物質の候補である．ニュートラリーノの質量行列は $\psi = (\tilde{B}, \tilde{W}_3, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0)$ に対して $\mathscr{L}_m = \psi \cdot M_N \psi$ で，ここで

$$M_N = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z s_W c_\beta & M_Z s_W s_\beta \\ 0 & M_2 & M_Z c_W c_\beta & -M_Z c_W c_\beta \\ -M_Z s_W c_\beta & M_Z c_W c_\beta & 0 & \mu \\ M_Z s_W s_\beta & -M_Z c_W s_\beta & \mu & 0 \end{pmatrix} \tag{5.102}$$

と表される．ここで $c_W = \cos\theta_W$, $s_W = \sin\theta_W$, $c_\beta = \cos\beta$, $s_\beta = \sin\beta$ で $\tan\beta$ は超対称模型にある 2 つのヒッグス粒子の真空期待値の比である．M_1, M_2 は混合がない場合のゲージーノの質量，μ はヒグシーノの質量である．χ_1^0 の固有状態は

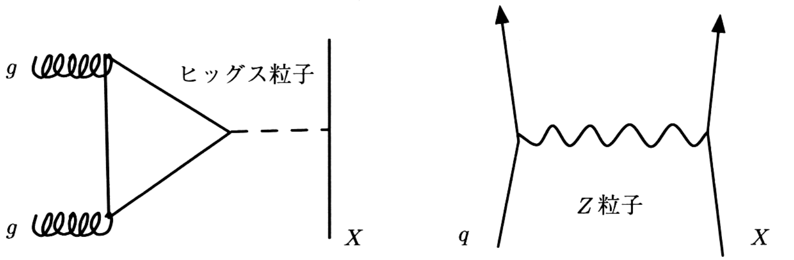


図 5.5 原子核と超対称粒子の暗黒物質の散乱.

$$\chi_1^0 = N_{\tilde{B}}\tilde{B} + N_{\tilde{W}}\tilde{W}^3 + N_{\tilde{H}_1}\tilde{H}_1^0 + N_{\tilde{H}_2}\tilde{H}_2^0 \tag{5.103}$$

で，$M_1 \ll M_2, \mu$ ($\mu \ll M_1, M_2$) の場合に $\chi_1^0 \sim \tilde{B}$ ($\chi_1^0 \sim (\tilde{H}_1^0 \pm \tilde{H}_2^0)/\sqrt{2}$) と近似できる．ニュートラリーノの相互作用は模型のパラメータによって大きく値が変わる．

ニュートラリーノがマヨラナ粒子であることはニュートラリーノの相互作用を考えるうえで重要である．マヨラナ粒子とは C 変換について以下のような性質をもつ粒子である．

$$\psi = \psi^c \, (\equiv C\bar{\psi}^T) \tag{5.104}$$

マヨラナ粒子は自分自身の反粒子であるため，電荷をもつことができない．実際 ψ_M をマヨラナ粒子とするとそのカレントに対して

$$J_\mu \equiv \bar{\psi}_M \gamma_\mu \psi_M = 0 \tag{5.105}$$

となることから，この粒子が保存量をもたないことが分かる．ニュートラリーノの反応では，ニュートリノの場合に重要であったゲージ粒子交換で現れる $\bar{\psi}_N \gamma_\mu \psi_N \bar{\psi}_M \gamma^\mu \psi_M$ という有効相互作用（図 5.5 右）を介する散乱が存在しないということになる．一方，$\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi\bar{\psi}_N\gamma_\mu\gamma_5\psi_N$ は原子核のスピンと暗黒物質のスピンの積に比例する相互作用になるが，原子核のスピンは小さいため，散乱断面積は小さくなる．また，$\bar{\psi}_M\gamma_\mu\gamma_5\psi_M\bar{\psi}_N\gamma_\mu\psi_N$ は低エネルギーでは 0 である．超対称模型の暗黒物質と原子核の散乱は，暗黒物質の対消滅確率と比べ特異的に小さく，発見が難しい．

ニュートラリーノからなる暗黒物質の原子核との相互作用の主要な成分は図5.5左のヒッグス交換項である．この相互作用はヒッグス粒子-ヒグシーノ粒子-ゲージーノ粒子の3点相互作用に比例するため，ニュートラリーノがゲージーノとヒグシーノの混合状態でなければ存在しない．このような混合が大きいためには $M_1, M_2 \sim \mu$ かつ $M_1, M_2, \mu \sim m_W$ であることが必要である．逆に M_1, M_2 と μ の値が大きく異なっていれば，ニュートラリーノと原子核の相互作用は小さくなりうる．つまり，超対称粒子が暗黒物質であるならば，測定器の感度を高くする必要がある．

小さい相互作用をもつ暗黒物質をとらえることは困難である．測定器には，測定器を構成する物質自体に含まれる放射性同位体の崩壊や環境中から侵入する電子，ガンマ線，中性子などの粒子が入ってくる．これはすべて暗黒物質の誤信号になりうる．地下深いところで実験を行うと，宇宙線を由来とする粒子の数を減少させることができるが，それでもウランの崩壊系列からくるラドンの同位体が測定器周辺に侵入してきたり，宇宙線によって壊れた原子核から放出される中性子などが測定器に誤信号として入ってくる．最も先進的な暗黒物質探索実験では，粒子と原子核との散乱から同時に複数のデータをとり，暗黒物質と原子核の散乱を他の現象から区別する方法をとっている．このような高度な測定器の最初のものは，米国のスーダン鉱山 (Soudan mine) で行われたCDMS実験の測定器で，これはGeやSiなどの結晶を低温に冷却し，荷電粒子によるイオン化と原子の振動によるフォノン（音）のエネルギーを別々な信号として取ることができる測定器である．電子や光子は電離作用があり，散乱によって原子核がイオン化される．一方で，中性子や暗黒物質は直接原子核を叩き，散乱に大きな電離作用が伴わない．電離作用にともなう信号を取り除くことで，暗黒物質への感度を向上させることができるのである．

イタリアのグランサッソ (Gran Sasso) で行われたXenon 100はキセノンに暗黒物質が当たるときに出るシンチレーション光と電離によるイオンの両方が測定できる検出器を用いた実験で2011年に世界最高感度を出した．図5.6にXenon 100によって得られた粒子の散乱断面積の上限を示した．質量40 GeV程度の暗黒物質に対する散乱断面積の上限はほぼ $10^{-44}\,\mathrm{cm}^{-2}$ 程度である（実線）．図の上のほうにある点線は2010年までの暗黒物質探索の各種実験での上

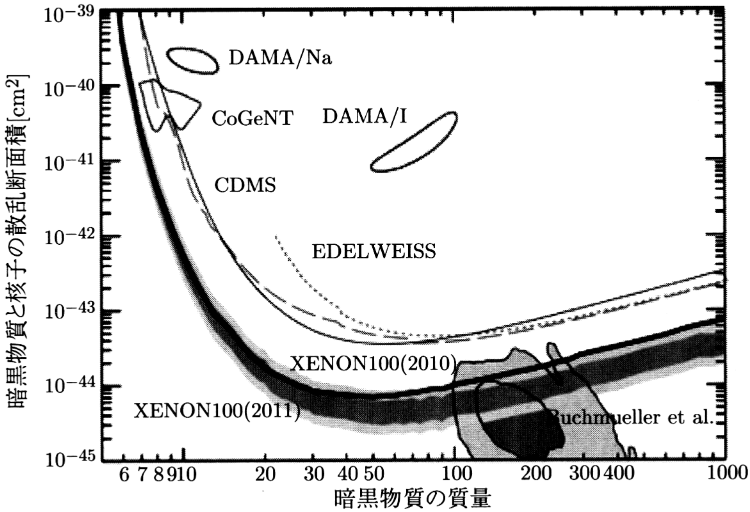


図 5.6 暗黒物質探索実験によって得られた暗黒物質散乱断面積の上限.

限値であり Xenon 100 がそれまでの測定より約 10 倍程度感度が優れていることが分かる．一方で図の右下の灰色に塗りつぶされた領域は超対称模型で期待される暗黒物質の散乱断面積であり，暗黒物質探索実験がようやくニュートラリーノ探索の端緒についたことが分かる．現在はさらに一桁以上の感度向上を目指して，測定器の開発競争が続けられている[7]．

5.5 バリオンの起源

宇宙のエネルギーの 23％は暗黒物質であるが，バリオン（陽子，中性子からなる原子核）やレプトンなどのわれわれの身のまわりの物質も宇宙のエネルギーの約 4％を占める．陽子 p，中性子 n には反粒子である反陽子 $(\bar{p})$ や反中性子 $(\bar{n})$ が，また電子には反粒子である陽電子 (e^+) が存在し，粒子に対して電荷は逆であるが質量は全く同じという性質をもっている．相対論的量子力学を理論的に考えるうえで反粒子は必ず必要である．しかし宇宙の中では粒子の数に比

[7] 図の上部の実線で囲まれた領域は暗黒物質を発見したと報告している実験で，この結果は Xenon 100 実験とは矛盾する．

べてはるかに反粒子の数が少ない，粒子反粒子数の非対称な状態になっている．陽子，中性子については，陽子を構成するクォークが 1/3，反クォークが −1/3 のバリオン数 B をもち，バリオン数密度 $n_B > 0$ である．

一方で，現在の宇宙が平坦で均質であることを説明するためには，ある時期にインフレーションという時期を経る必要がある．インフレーション模型では，宇宙初期にはインフラトンといわれるスカラー場が安定点にないためにポテンシャルエネルギーが高く，このため宇宙は爆発的に膨張する．アインシュタイン方程式は $\dot{R}/R = (8\pi G/3)\rho$ と表されるが，インフレーション中のエネルギー密度 ρ はインフラトン ϕ によって

$$\rho \sim \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \tag{5.106}$$

で表される．もし，$\langle V(\phi)\rangle > 0$ であり，なおかつその時間変化が無視できるならば

$$H = \frac{8\pi G}{3}\langle V(\phi)\rangle \tag{5.107}$$

と H は R の大きさにかかわらず一定になり，この結果 $R \sim \exp(at)$ と短時間のうちに加速度的に巨大になる．これがインフレーションといわれる状態である．

一定時間経過後，ϕ が $V(\phi)$ の値が小さい安定点に落ち着くと，インフレーションが終了する．インフラトンポテンシャルのエネルギーはインフラトンの振動エネルギーとなり，さらにそこから多数の素粒子が生成される．これを再加熱という．インフレーションによってインフレーション以前にあった粒子数が一旦 0 に限りなく近づくため，宇宙の初期条件は $n_B = 0$ となる．この状態から，$n_B \neq 0$ という現在の宇宙をつくるためには，「バリオン数生成」が必要である．このために以下のサハロフの 3 条件が満たされることが必要である．

- 素粒子の相互作用が C 変換，CP 変換に対して不変でないこと
- バリオン数，レプトン数を破る相互作用が存在すること
- 宇宙が熱平衡状態でない時期があったこと

最初の 2 つは粒子の相互作用に対する要請である．C と CP 変換に対して相

互作用が不変でないことは，素粒子の反応が粒子と反粒子を区別するために必要である．標準模型は C 変換と CP 変換に対して不変でないことはすでに知られている．しかし，素粒子標準模型の相互作用項にはバリオン数，レプトン数を破る相互作用はなく，実験的にも確認されていない．また初期宇宙では粒子の散乱が活発で，宇宙はほとんどの場合，熱平衡状態にあることにも注意しなければならない．この3つの条件は「同時に」満たされる必要がある．すなわち，宇宙に十分なバリオン数をつくるためには，宇宙が非平衡状態にあるときに，C，CP，バリオン数を破る相互作用が同時に働く必要がある．

素粒子標準模型では，ヒッグス粒子が真空期待値をもつ電弱相転移の際に，スファレロン効果によるバリオン数の生成が行われる可能性がある．スファレロン効果は，量子効果も考慮すると $B+L$ のカレントが保存していないこと（量子異常）から起こる．スファレロン効果により真空が $B+L$ の異なる他の真空に移ることができ，バリオン数が変化する．この時に $B+L$ は変わっても，量子異常のない $B-L$ は保存することに注意する．このスファレロン効果は，宇宙の温度が 100 GeV 程度のときに活発に働いている．しかし，この効果が十分大きくなるためには，ヒッグス粒子が真空期待値のない状態からある状態へ遷移する相転移反応が，十分な非平衡状態をもたらす必要がある．この条件を満たすためには，標準模型のヒッグス粒子は 50 GeV 以下でなければならないが，コライダー実験によるヒッグス探索の結果からこのような軽いヒッグス粒子は否定されている．標準模型の枠内でのバリオン数生成の可能性は低い．標準模型の拡張は暗黒物質だけではなく，バリオン数生成の観点からも必要とされているのである．

別のバリオン数生成機構として，レプトン数をまず生成して，スファレロン効果によって，バリオン数を生成するレプトジェネシス模型が重要であると考えられており，これについて解説する．レプトン数を生成するにはレプトン数を破る相互作用が必要だが，ここでレプトン数を破るメカニズムは右巻きマヨラナ粒子の質量項である．素粒子標準模型では右巻きニュートリノは存在せず，ニュートリノの質量は0なので，この項は存在しない．しかし，ニュートリノの質量は0ではないことがニュートリノ振動実験によって間接的に示されている．

ニュートリノ振動現象とは，生成されたときのニュートリノ世代と，荷電カ

レント反応 $\nu_l \to l$ によってニュートリノが検出される地点でのレプトン世代が異なる現象である．簡単のために，ν_e, ν_μ だけの系を考える．ニュートリノに混合があるということは，ニュートリノの質量行列 M が非対角成分を含んでいるということである．

$$M = \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{e\mu} \\ m_{e\mu} & m_{\mu\mu} \end{pmatrix} \tag{5.108}$$

とすると質量固有状態

$$\begin{cases} \nu_1 = \cos\theta\, \nu_e - \sin\theta\, \nu_\mu \\ \nu_2 = \sin\theta\, \nu_e + \cos\theta\, \nu_\mu \end{cases} \tag{5.109}$$

の質量 m_1, m_2 と混合角 θ は各々

$$\begin{cases} m_1 &= \cos^2\theta\, m_{ee} + 2\cos\theta\sin\theta\, m_{e\mu} + \sin^2\theta\, m_{\mu\mu} \\ m_2 &= \sin^2\theta\, m_{ee} + 2\cos\theta\sin\theta\, m_{e\mu} + \cos^2\theta\, m_{\mu\mu} \\ \tan 2\theta &= \frac{2m_{e\mu}}{m_{ee}-m_{\mu\mu}} \end{cases} \tag{5.110}$$

と表される．この ν_1 と ν_2 は各々 $\nu_i(t) = \nu_i(0)\exp(-itE_i)$ と時間発展する．

ある反応によってできたニュートリノの世代は，その反応にかかわる荷電粒子のフレーバーで決めることができる．電子やミューオンが W 粒子を交換してニュートリノが出る反応は相互作用

$$\mathcal{L} \propto gW^{-\mu}\left[\bar{\psi}_e\gamma_\mu\psi_{\nu_e} + \bar{\psi}_\mu\gamma_\mu\psi_{\nu_\mu}\right] + h.c. \tag{5.111}$$

で表される．電子と W 粒子の相互作用でつくられるニュートリノは電子ニュートリノであり，質量の固有状態 ν_i ではないことに注意する．

時間 $t = 0$ で $\psi(0) = \nu_e$，運動量 p である状態は，$E \gg m_i$ で $E_i = \sqrt{p^2 + m_i} \sim p + m_i^2/2E$ と近似できるとき，時間 t で

$$\psi = \cos\theta\, \nu_1(t) + \sin\theta\, \nu_2(t) \tag{5.112}$$

と表され，時間 t で ν_μ である確率は

$$P(\nu_e \to \nu_\mu) = |\langle\nu_\mu|\psi(t)\rangle|^2 \sim |\sin\theta\cos\theta\,(1 - e^{-it(E_1-E_2)})|^2$$

$$= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\delta m^2 L}{4E} \right) \tag{5.113}$$

である．ここで $\delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$, $L = ct$ である．この式から，初期状態が電子ニュートリノであったとしても時間の経過によって，ミューオンニュートリノになったり，電子ニュートリノになったりという振動が起こることが分かる．これがニュートリノ振動現象である．一定時間経過後に起こる $\nu X \to l X'$ という反応は式 (5.113) によって，電子 (e) とミューオン (μ) の比率が変動する．ニュートリノ振動は，大気ニュートリノのスーパーカミオカンデ (SK) による測定や，KEK からニュートリノビームを打ち込み，SK でそのフレーバーを測定する長距離振動実験などによって観測されており，これによって，ニュートリノの質量差を測定することができる．電子-ミューオン間の振動では $\delta m^2 \sim 10^{-4}\,\mathrm{eV}^2$，ミューオン-タウニュートリノ間では $\delta m^2 \sim 10^{-3}\,\mathrm{eV}^2$ 程度であり，ニュートリノの質量は 0 でないことが分かる．仮に $m_{\nu_e} \ll m_{\nu_\mu}$ とするとミューオンニュートリノの質量は $10^{-2}\,\mathrm{eV}$ 程度であり，最も軽いレプトン，電子の質量約 $0.5\,\mathrm{MeV}$ と比べるとはるかに小さい．

ニュートリノの質量が荷電レプトンにくらべ極端に小さいことを説明する模型にシーソーメカニズムがある．右巻きニュートリノ ν_R を標準模型に導入すると

$$L_m = y_\nu H \bar{\nu}_R \nu_L + h.c \tag{5.114}$$

という質量項を書くことができる．このとき ν_R はゲージ相互作用をしない $(1,1)_0$ 表現に属するので，右巻きニュートリノの質量項 $(\bar{\nu}_R)^c_L \nu_R$ も許される．M の値が比較的重い場合,ニュートリノの質量行列を対角化すると $m_l \sim m_D^2/M$, $m_h \sim M$ の 2 つの固有状態 ν_l, ν_h が現れ，m_l をディラック質量 m_D に比べて軽くすることが可能である．また，レプトン数は ν_R の質量項がレプトン数 2 になるため，マヨラナ質量 M に比例する形で破れている．$m_D \ll M$ であれば，ν_l は主に左巻きニュートリノを多く含むニュートリノ，ν_h は主に右巻きニュートリノである．

右巻きニュートリノは高いスケールの理論との相性もよい．ν_R はゲージ相互作用をしないので，繰り込み群方程式に現れない．したがって，超対称模型の

ゲージ結合統一に影響を与えない．$SU(5)$ の大統一理論では 1 重項の粒子としてつけ加えればよく，$SO(10)$ 大統一理論では 16 次元表現のなかに 15 の標準模型のフェルミオンと一緒に埋め込まれている．

この模型によればニュートリノはマヨラナ粒子であり，レプトン数は ν_h については最大に破れている．このマヨラナニュートリノ崩壊からレプトン数を生成し，スファレロン効果によってバリオン数を生成しようとするのがレプトジェネシス模型の考え方である．宇宙初期において熱平衡状態にあった右巻きニュートリノは，あるスケールで暗黒物質のように熱平衡状態から切れ，しばらく崩壊しない．右巻きマヨラナニュートリノは湯川結合を通してのみ標準模型の粒子と結合しているので，その寿命が長いからである．右巻きニュートリノは物質として振る舞い，そのエネルギー密度は R^{-3} で減少し，他の軽い相対論的粒子のエネルギー密度は R^{-4} で減少するので，宇宙が膨張するにつれて，宇宙のエネルギー密度の中で ν_R の比率が大きくなる．一定時間が経過すると ν_R は崩壊する．崩壊過程は熱的平衡状態ではないので，ここでサハロフ 3 条件のうちの非平衡性が満たされるのである．さらに ν_R を含む相互作用に CP, C の破れがあると ν_R の崩壊確率 P を

$$P(\nu_R \to \bar{l}\bar{\phi}) \neq P(\nu_R \to l\phi) \tag{5.115}$$

としてレプトン数を生成することができる．$P(\nu_R \to \bar{l}\phi) > P(\nu_R \to l\phi)$ であれば $B-L>0$ となる．$B-L$ は量子異常のないカレントなので宇宙の $B-L$ はレプトン数生成後は一定である．その後，スファレロン効果によってレプトン数がバリオン数に変わり，バリオン数が正の宇宙になる．

バリオン数の生成については，いろいろな模型が提唱されているが，いずれも理論的な提案で実験的に明確な証拠はない．具体的な探索計画が多数提案されている暗黒物質問題と比べると，宇宙のバリオン数問題を解決するにはより長い時間が必要とされるだろう．ニュートリノセクターにおける CP の破れの探索計画が ν 振動実験グループで検討されているが，バリオン数生成の手がかりにつながるデータを与えてくれる可能性がある．

5.6 LHC の世紀

5.6.1 素粒子実験が目指すもの — ヒッグス粒子の探索

ヒッグス粒子は素粒子標準模型の中で唯一発見されていない粒子である．ヒッグス粒子の探索は粒子・粒子衝突型加速器（コライダー）での実験で行われる．コライダー実験は，加速器で粒子の束（ビーム）を 2 つ逆方向に加速し，正面衝突させる．標準模型のヒッグス粒子質量の下限は LEP 加速器における実験 (ALEPH, OPAL, L3, DELPHI) で得られた．この実験は最高エネルギーが 209 GeV の重心系エネルギーに到達した電子・陽電子衝突実験で，CERN（欧州原子核研究機構）で 2001 年まで行われた．

LEP では電子・陽電子衝突で起こる $e^+e^- \to Z^0 \to Z^0H$ というヒッグス粒子の生成過程を探索した（図 5.7 の最も左のファインマン図）．この実験では原理的には $\sqrt{s} - m_Z = 118\,\mathrm{GeV}$ のヒッグス粒子まで生成することが可能であるが，発見には十分な数のヒッグス粒子を生成する必要があるため，得られた質量下限値は 115 GeV であった．LEP はヒッグス粒子を発見しないまま終了したが，それに続く LHC 加速器での ATLAS，CMS 実験では，標準模型のヒッグス粒子の発見が確実視されている．LHC 加速器は 2010 年重心系 7 TeV で開始された陽子・陽子衝突実験である．

この節ではまずヒッグス粒子生成の信号について考える．コライダー実験での粒子生成の信号を理解するには，生成過程と崩壊過程を理解する必要がある．ヒッグス粒子の崩壊過程は質量によって，図 5.8(a) のように複雑に変わる．この図は横軸にヒッグス粒子の質量，縦軸に各崩壊モードの分岐比，すなわち全崩壊に対する特定の崩壊モードの比を書いた．120 GeV 程度の低質量領域で主

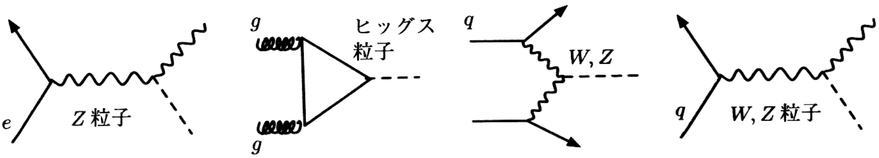
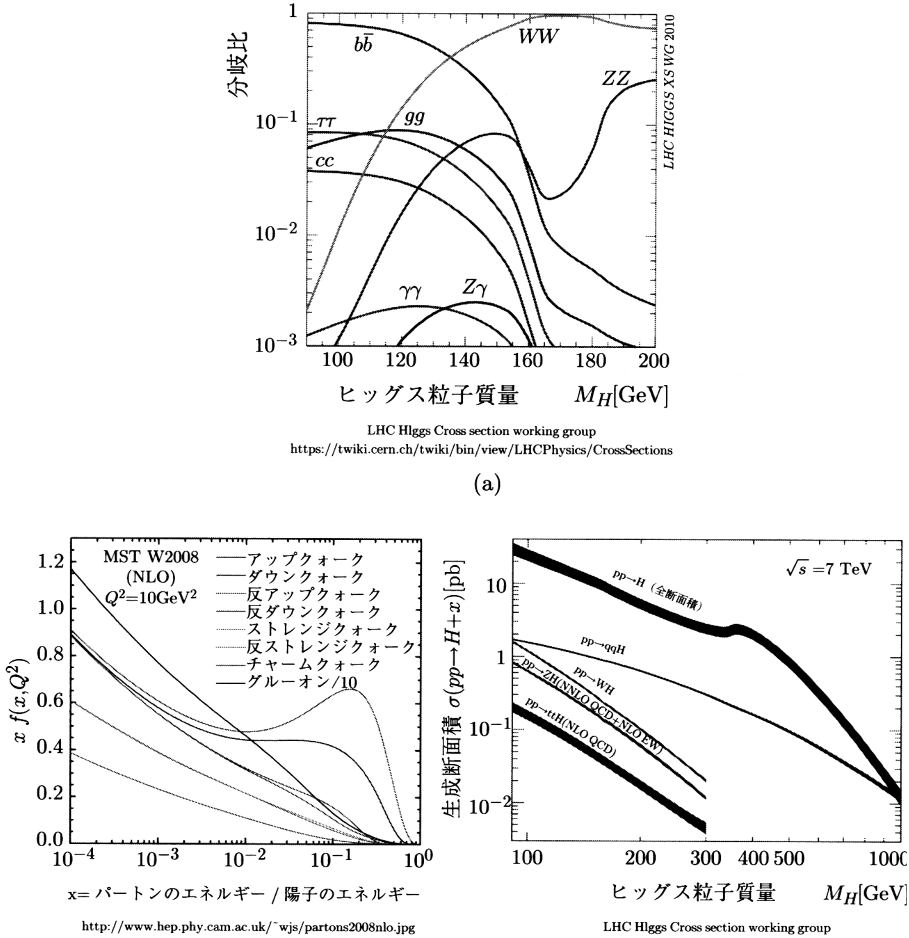


図 5.7 ヒッグス生成に関わるファインマン図．左は e^+e^- 衝突におけるヒッグス生成のプロセス．右 3 つは LHC で重要なプロセス．



LHC Higgs Cross section working group
https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/CrossSections

(a)

http://www.hep.phy.cam.ac.uk/~wjs/partons2008nlo.jpg

(b)

LHC Higgs Cross section working group
https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/CrossSections

(c)

図 5.8 (a) ヒッグス粒子の崩壊分岐比，(b) 陽子のパートン分布関数，(c) ヒッグス粒子の生成断面積．

要な崩壊過程は $b\bar{b}, c\bar{c}, \tau\bar{\tau}$ などクォーク，レプトンへの崩壊である．また少ない確率ではあるが光子 2 つ $\gamma\gamma$ に崩壊することができる．さらに重たい質量のヒッグス粒子は $W^+W^-, Z^0Z^0, t\bar{t}$ に崩壊する[8)]．

ヒッグス粒子を発見するためにLEP 実験で用いられたのは，ヒッグス粒子の崩壊によって出る b クォークから得られる粒子束（ジェット）から，ヒッグス粒子の質量を再構成する方法である．b クォークは崩壊して他のクォークになるが，その寿命が長いため，b クォークを含む粒子が衝突点から一定距離走ってから崩壊する．この現象を同定することによってジェットが b クォーク起源であることを示すことができる．ヒッグス粒子は 2 つの b クォークに崩壊するが，2 つの b ジェットの運動量のなす不変質量は測定精度の範囲でヒッグス粒子の質量と一致する．

$$m_H^2 \sim (p_{b1} + p_{b2})^2 \tag{5.116}$$

LEP 実験では $e^+e^- \to Z^0H$ 過程からヒッグス粒子が生成され，さらに $H \to b\bar{b}$ 崩壊する過程から期待される 2 つの b ジェットの不変質量分布 m_{bb} のピークを探索した．ヒッグス粒子が生成されていれば，$m_{bb} \sim m_H$ のところにピークが現れるはずである．ヒッグス粒子の質量下限 115 GeV は，このようなピークが実験で観測されないことから得られた．

LEP 実験では初期状態は電子・陽電子であり，強い相互作用をしないため，b ジェットを含む過程はすべて電弱相互作用から生成される．このため，$H \to bb$ 過程へのバックグラウンドも，信号に比べてそれほど重要ではなかった．最も重要なバックグラウンドは $e^+e^- \to Z^0Z^0$ である．

LHC では陽子と陽子を高い重心系エネルギーで衝突させているが，実際に衝突するのは陽子の中に存在するクォークやグルーオンなどの“パートン”である．グルーオンとクォークのエネルギーは衝突ごとに違っており，どのエネルギーのどのパートンの衝突が起こるかは陽子の中の存在確率の関数 (parton distribution function, PDF) として表すことができる．このパートン分布関数を図 5.8(b) に示した．図の中でグルーオンはあまりに数が多いため 1/10 で表

8) 図では WW 生成だけでなく，質量条件を満たさない W 粒子を経由した WW^* 過程も WW 崩壊として表示されている．Z^0Z^0 への崩壊についても同様である．

示され，特に $x = E_{\mathrm{parton}}/E$ が小さいところで非常に数が多い．LHC 実験は陽子・陽子衝突実験ではなく，グルーオンとグルーオンの衝突実験であると考えることができるほどである．x_1 と x_2 のエネルギーをもつパートンどうしの衝突の重心系のエネルギーは

$$\sqrt{s} = \sqrt{x_1 x_2}\sqrt{S} \tag{5.117}$$

となる．LHC における 100 GeV のヒッグス粒子の生成であれば $x = 0.02$ 程度のパートンが最も支配的である．また，重い粒子を生成する高いエネルギーの衝突ではアップクォークとダウンクォークのパートンも重要であろう．

ヒッグス粒子の生成断面積は，パートン衝突からヒッグス粒子が生成される断面積にパートン分布をかけて積分したものである．生成過程は入射パートンによって異なり，主要な生成プロセスを図 5.7 の右の 3 図に，生成断面積を図 5.8(c) に示した．生成断面積のなかで特に大きいものは，グルーオン衝突によるヒッグス粒子の生成である．この $gg \to H$ の生成断面積は摂動の高次項であるが，陽子のなかのグルーオン数が大きいため，生成断面積が大きくなっている．次に重要なのは W ボゾン融合 (W boson fusion) といわれる $qq \to qqH$ プロセスで，W 粒子の衝突 (fusion) からヒッグス粒子を生成するものである．

2011 年の LHC 実験では 5 fb^{-1} 近くのルミノシティが一実験ごとに得られた．ヒッグス粒子が 120 GeV とすると生成断面積から 20,000 個以上のヒッグス粒子が生成されたと考えられるが，現在までヒッグス粒子は発見されていない．

LHC 実験においても，$H \to bb$ という崩壊は起こっているが，bb の質量ピークを探してヒッグス粒子を発見するということは考えられていない．LHC においては，強い相互作用による $pp \to b\bar{b}X$ 過程によって b クォークが大量に生成される．これが，ヒッグス粒子の生成数と比べるとはるかに多いため，ヒッグス粒子の存在による $m(b\bar{b})$ 分布の変化を検出することは期待できないのである．実際，LHC での $b\bar{b}$ の生成断面積は $m_{bb} \sim 100$ GeV 前後で $d\sigma/dm_{bb} \sim 200\mathrm{pb}^{-1}/\mathrm{GeV}$ 程度であり，$m(bb)$ の測定精度が $O(10)$ GeV 程度であることを考えると，バックグラウンドはシグナルの 100 倍以上あることになる．$H \to bb$ を b ジェットの不変質量のピーク構造だけから選び出すことはたいへん難しい．

LHC 実験におけるヒッグス粒子の探索は主に $H \to WW^*$, $Z^0 Z^{0(*)}$ モード

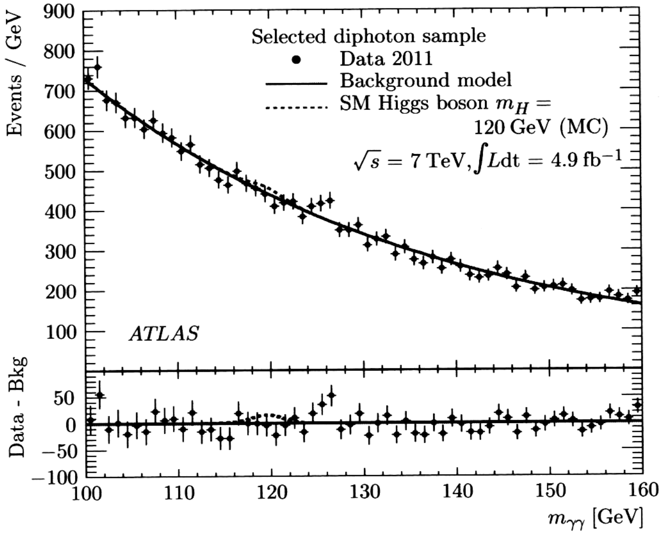


図 5.9 LHC の ATLAS 実験で測定された $\sqrt{S} = 7\,\text{TeV}$ での $m_{\gamma\gamma}$ 分布．$m_{\gamma\gamma} = 125\,\text{GeV}$ 周辺での分布が若干高いため注目されている．（出典：*Phys. Rev. Lett.* **108**, 111803 (2012)）

と $H \to \gamma\gamma$ モードを中心に進められている．光子やレプトンのあるモードは，競合するバックグラウンド事象も電弱相互作用起源であり，シグナルに対するノイズが少ない過程である．さらに $\gamma\gamma$ あるいは $Z^0Z^0 \to 4l$ モードでは，ヒッグス粒子が $m_{\gamma\gamma}$ あるいは m_{4l} にピークをつくるのでバックグラウンドが多くても発見が可能になるのである．図 5.9 に 2011 年までの $m_{\gamma\gamma}$ 分布の測定結果を挙げる．図 5.9 で $m_{\gamma\gamma} \sim 125\,\text{GeV}$ 周辺にある構造はヒッグス粒子である可能性があるが，発見したといえるほど十分な量ではなく，今後の実験でさらに確認する努力が必要である[9]．

$H \to WW^* \to ll\nu\nu$ という過程はニュートリノ運動量を測定することができないので，一見質量の制限が使えないようにみえる．しかし，このような場合でも事象の横運動量がバランスしていないことを利用して，ニュートリノの運

[9] 2012 年 7 月 4 日 CERN において，125–126 GeV 程度の質量をもつヒッグス粒子と思われる粒子が観測されたという発表があった．

動量を部分的に推定し，ヒッグス粒子探索の感度を向上させることができる．

すなわち，入射ビームについてはビーム方向に垂直な運動量はほぼ 0 であることから，運動量の保存より，

$$p^i_\nu + p^i_{\bar{\nu}} = -\sum_j p^i_j = p^i_{\mathrm{Tmiss}} \tag{5.118}$$

が成り立つ．ここで i はビーム方向を z 軸にとったときの垂直方向 x, y であり，j はすべての測定可能な粒子の運動量を表す．

見えない運動量 p_{Tmiss} は粒子の質量の再構成に重要な量である．見えない運動量が役に立つ例としてゲージボゾン W^- が生成され，$W \to l\bar{\nu}$ と崩壊した場合について考えよう．このような反応が LHC で起こると，レプトンの運動量 p_v とニュートリノの運動量のビーム垂直方向成分に対応する見えない横方向運動量 $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{\mathrm{Tmiss}}$ が測定できる．ここから

$$m_T^2 = m_v^2 + m_i^2 + 2(E_{Tv}E_{Ti} - \mathbf{p}_v \cdot \mathbf{p}_i) \tag{5.119}$$

という量を得ることができる．ここで $E_{Ti} = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_i}$ である．真の W 粒子の質量を再構成するには，z 方向の粒子のレプトンの運動量 q_v とニュートリノ運動量 q_i も必要で，

$$m_W^2 = m_v^2 + m_i^2 + 2(E_v E_i - \mathbf{p}_v \cdot \mathbf{p}_i - q_v q_i) \tag{5.120}$$

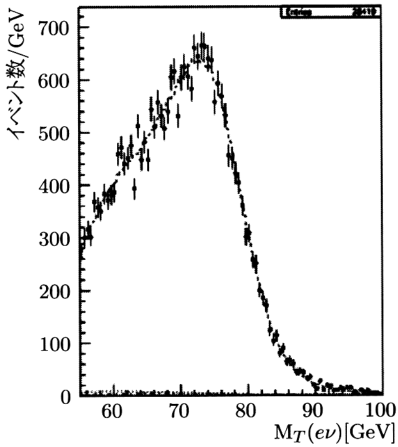
が成り立つ．ここで関係式

$$E_v E_i - q_v q_i = \sqrt{E_{Tv}^2 + q_v^2}\sqrt{E_{Ti}^2 + q_i^2} - q_v q_i \geq E_{Ti}E_{Tv} \tag{5.121}$$

を使うと

$$m_W \geq m_T \tag{5.122}$$

となるので，m_T 分布の終端を求めることで W の質量が得られることが分かる．図 5.10 に 2011 年まで稼働していたアメリカの陽子・反陽子衝突加速器 Tevatron の CDF 実験で測定された $W \to \nu l$ 崩壊の m_T 分布を示した．LHC 実験ではこれと同様の再構成法を $H \to W^+W^- \to l^+l'^-\nu_l\nu_{l'}$ に適用した．ヒッグス粒子の質量に感度のある量 m_T を $p_v = p_{l_1} + p_{l_2}$, $m_i = 0$ として定義



http://www-d0.fnal.gov/~skulik/Public/wmass/index.html

図 5.10 横方向質量による粒子の質量の再構成の例，l の運動量と見えない運動量から W の質量が決定される．

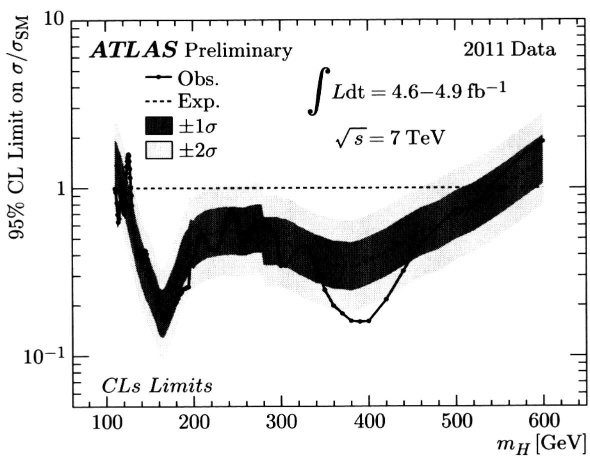


図 5.11 2011 年末までのデータから得られたアトラス実験でのヒッグス粒子の生成断面積に対する制限．縦軸は標準模型の生成断面積に対する比率．実線が 1 以下の場所では 95 %の信頼性で標準模型のヒッグス粒子の存在が否定されている．

し，2 つのレプトンのある事象に対してヒッグス粒子と整合する信号があるかどうかを探索したのである．これは特に 140 GeV 以上の粒子の探索に対して有効なモードであった．ヒッグス粒子の探索は LHC によって大きく進展し，2011 年には標準模型のヒッグス粒子が存在するとすれば 116 GeV から 130 GeV にあることがもっとも確からしく，またこれ以上で 468 GeV までの広範な領域にはヒッグス粒子が存在しないことを 95 %の信頼性で示した．図 5.11 に 2011 年にアトラス実験で得られたヒッグス粒子に対する制限を示した[10)]．

5.6.2 超対称粒子の探索

LHC 実験では超対称粒子も活発に探索されている．LHC のようなハドロンコライダー実験では探索の対称は主に強い相互作用をする超対称粒子になる．これは LHC で起こる主要な衝突は陽子のなかにあるグルーオンの衝突であることに由来する．超対称模型のなかで強い相互作用をするものは，スカラークォーク $\tilde{q}$，グルイーノ $\tilde{g}$ であり，図 5.12 に示されるプロセスによって $\tilde{q}\tilde{q}$, $\tilde{g}\tilde{q}$, $\tilde{g}\tilde{g}$ の対生成が起きる．超対称粒子が対生成されるのは，図のなかで $\tilde{g}$-$\tilde{g}$-g, g-$\tilde{q}$-$\tilde{q}$ という相互作用（左と右の図）の他にグルイーノとスカラークォークの相互作用 $\tilde{q}$-q-$\tilde{g}$ から生成されるプロセスも存在する．この相互作用の結合定数もゲージ結合で表され，理論的に計算が可能である．この図では $\bar{q}$ を初期パートンとする反応は示さなかった．図 5.8(b) からも分かるように，陽子の反クォークのパートンはエネルギーが低くまた数も少ない．重たい超対称粒子の生成に対して，$\bar{q}$

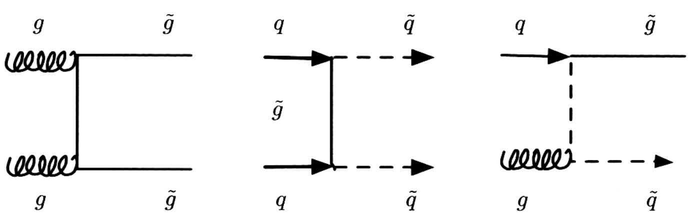


図 5.12 LHC で超対称粒子を生成するプロセスのなかで，グルーオンあるいはクォークを初期状態とするもの．

---

10) 220 ページ，脚注 9) 参照．

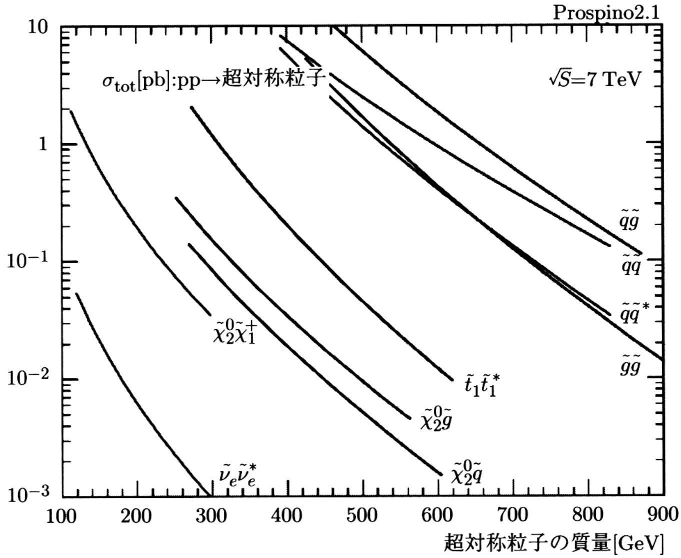


図 5.13　超対称粒子の $\sqrt{S} = 7\,\mathrm{TeV}$ での生成断面積 $\tilde{t}$ はスカラートップクォーク χ_i^0, $\chi_i^\pm$ はニュートラリーノ，チャージーノといわれるゲージーノとヒグシーノの混合状態．（Tilman Plehn 氏提供（Heiderberg 大学））

を含むプロセスはあまり寄与しないのである．

超対称粒子が対でつくられるのは，5.3.3 節で示したように，超対称標準模型では相互作用が R パリティを保存しているためである．初期状態は $R = 1$ であるため，終状態には $R = -1$ の状態が偶数個存在しなければならない．典型的な超対称粒子の生成断面積を図 5.13 にあげた．この図からも同じ質量であれば，$\tilde{q}, \tilde{g}$ の生成が最も大きいことが読み取れる．スカラークォーク，グルイーノの質量が 900 GeV 程度で生成断面積が 0.1 pb 程度である．2011 年現在，LHC のルミノシティは一実験あたり $5\,\mathrm{fb}^{-1}$=$5000\,\mathrm{pb}^{-1}$ ほどあるため，900 GeV のスカラークォーク，グルイーノはすでに 500 程度生成されていることになる．

超対称粒子を発見するためには超対称粒子の生成過程が標準模型の粒子の生成過程と比べて十分に特徴的で，適切な条件を要求することで，標準模型の生成過程からの寄与を少なくできることが必要である．このために注目するべきものは衝突によって出てくる粒子のエネルギーと見えない運動量である．超対称粒子

の質量は標準模型の粒子に比べるとかなり重たいと考えられる．LHCが始まる以前はスカラークォークの質量の下限は 400 GeV 程度であったが，これはトップクォーク W 粒子，Z 粒子の質量と比べてかなり大きい．したがって，超対称粒子の崩壊から出てくる最も軽い超対称粒子 LSP (Lighetest Supersymmetric Particle) やジェットのもつエネルギーもかなり大きなものになっている．

生成された超対称粒子は崩壊して，標準模型の粒子や超対称粒子が生成される．R パリティはここでも生成崩壊事象を理解するうえで重要である．以前も述べたように，相互作用が R パリティの積を保存するために，1 個の超対称粒子の崩壊には必ず奇数個の超対称粒子が含まれている．このため，最も軽い $R=-1$ の超対称粒子 LSP は安定となる．LSP は暗黒物質候補であり，安定な LSP が宇宙線などから観測されないという条件から LSP は弱い相互作用をする中性粒子であり，ニュートリノと同様に測定器に信号を残さない．2 つの LSP の横方向運動量の和は $H \to W^+W^- \to l^-\bar{\nu}l^+\nu$ の場合と同様に，測定される粒子の横方向運動量の和と同じ大きさで，方向が逆になる．運動量保存から超対称粒子の生成崩壊からくるすべての粒子の横方向運動量の和は 0 でなければならないからである．この見えない運動量は，超対称粒子の発見のために重要である．

生成粒子の重さを反映する量としては，有効質量 ($M_{\rm eff}$) といわれる量が便利である．この量は事象ごとにジェットの横方向運動量 $p_T(jet)$ と見えない運動量を用いて，

$$M_{\rm eff} \equiv \sum p_T(jet) + E_{\rm Tmiss} \tag{5.123}$$

と表すことができる．これは粒子から放出される観測可能な粒子と LSP によって持ち去られた見えない運動量の効果の両方を取り込み，生成された粒子の質量を反映する量になっている．

超対称粒子探索のバックグラウンドとなる過程はどのようなものだろうか．超対称粒子生成の特徴は見えない運動量と，高い横方向運動量である．標準模型の粒子の生成では t, W, Z などの生成崩壊過程には ν が伴い，生成断面積も $\sigma(t\bar{t})$ で $200\,{\rm pb}^{-1}$ とシグナルに比べて極めて大きい．このバックグラウンドを効率的に除去するにはどうすればいいだろうか．重い粒子 X が対生成されて，

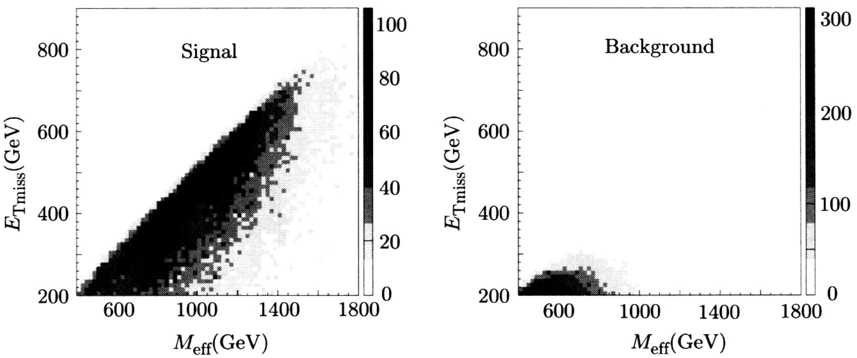


図 5.14 $pp \to XX \to t\bar{t}\chi\chi$ という生成崩壊過程と $pp \to t\bar{t}$ との $E_{\rm Tmiss}$-$M_{\rm eff}$ 分布の比較. X の質量は 800 GeV，χ の質量は 150 GeV.

それがそれぞれ $t\chi$（χ は暗黒物質）に崩壊する場合と $t\bar{t}$ の場合について $E_{\rm Tmiss}$ 分布と $M_{\rm eff}$ 分布を比べてみよう.

超対称粒子生成のプロセスではパートン衝突の重心系エネルギー $\sqrt{s}$ が超対称粒子の質量和程度であるときに最も生成断面積が大きい. このとき超対称粒子は横方向にほぼ静止した状態でつくられ，崩壊すると，LSP やジェットなどもおおむね等方的に放出される. この場合，2 つの LSP が同方向にいく配位で，最も $E_{\rm Tmiss}/M_{\rm eff}$ が高い. 図 5.14 の 800 GeV の超対称粒子の場合，$M_{\rm eff}$ の値が 1 TeV 程度と高いこと，また超対称粒子が主に分布する $M_{\rm eff} \sim M_{SUSY}$ で，$E_{\rm Tmiss}/M_{\rm eff}$ の比率が高いことが分かる.

一方で，$t\bar{t}$ プロセスで $M_{\rm eff} \gg 2m_t$（m_t は t の質量）となるためには，$t\bar{t}$ 生成の重心系エネルギーが $\sqrt{s} \gg 2m_t$ を満たす必要がある. このとき t と $\bar{t}$ は互いに大きな運動量をもって逆方向に運動しており，t の崩壊からくる粒子は t の運動方向にそって運動する. この事象は $t \to l\nu b$ 崩壊が起こったときに，見えない運動量をもつが，2 つのニュートリノの運動量が逆方向になる確率が高い. このため，$E_{\rm Tmiss}/M_{\rm eff}$ が大きい事象が少なくなるのである.

現在 LHC では，見えない運動量 $M_{\rm eff}$，ジェットの p_T やジェット数などに条件をつけて標準模型の粒子生成からくるバックグラウンドを抑えることで超対称粒子を探索している. $m_{\tilde{q}}, m_{\tilde{g}}$ が同定度の質量のときに $m_{\tilde{q},\tilde{g}} > 1200\,{\rm GeV}$

程度という質量下限が得られている．LHC 実験は 2012 年には 8 TeV，さらに 13 TeV に増強される計画であり，今後さらに重い超対称粒子について探索が可能になる．

超対称粒子の探索は LHC における暗黒物質の探索の代表例である．すでに議論したように，暗黒物質は弱い相互作用をする安定な粒子であり，しかも存在が確実な新粒子である．しかし，LHC 実験でこの粒子を直接つくっても，測定器で直接その粒子をみることは不可能である．そういう意味ではコライダー物理は直接，暗黒物質探索と関係するわけではない．コライダー実験で暗黒物質を見るためには，暗黒物質より重い粒子が暗黒物質と標準模型の粒子に崩壊する過程を探索する必要があるのである．

一方，素粒子模型のもうひとつの大問題である階層性問題を解決するためには，輻射補正によるヒッグス質量の 2 次発散を解決することが必要である．このような階層性問題を解決する理論では，トップクォークとヒッグス粒子の相互作用からの寄与を打ち消すトップクォークのパートナー粒子が含まれることが多い．トップクォークのパートナー粒子はカラーをもち，LHC 実験のようなハドロンコライダー実験では多数生成されることが期待される．この粒子が暗黒物質に崩壊すれば，暗黒物質の信号が「見えない運動量」の形で得られるのである．

暗黒物質が安定であるためにはパリティ −1 の粒子であることが期待されるが，階層性問題を解決するために導入されるカラーをもつ粒子もパリティ −1 をもつと期待されている．パートナー粒子が中間状態に寄与するプロセスに対する素粒子実験からの制限は厳しく，中間状態にパートナー粒子が 1 つだけ出ることが許される模型では，パートナー粒子の質量が 10 TeV 程度でなければならないことが多い．一方，パートナー粒子が R パリティ −1 であれば中間状態には必ず 2 つ以上のパートナー粒子が現れなければならない．この場合，LHC で探索可能な数 TeV 程度の軽いパートナー粒子が許されるのである．このようにパリティ構造は，階層性問題，暗黒物質の存在と強く関係しており，このため LHC 実験はこのような模型を探索するうえで特に重要な実験と位置づけられている．

参考図書・文献

本書では，直観的な導入に努めているが，読者はある程度の古典および量子力学の物理の素養があることを想定している．本書の内容を理解するための基礎知識が必要と思われる読者は，古典力学，電磁気学，特殊相対性理論，量子論の教科書または解説本を読む（復習する）ことをお勧めする．特に特定の教科書をあげることはしないが，大学での教科書程度のものならどれでもよいと思われる．

理論および実験を含んで素粒子物理学全般にわたってさらに詳しく解説されている参考文献として，以下をあげる．

[1] 山田作衛他編：『素粒子物理学ハンドブック』（朝倉書店，2010 年）

[2] "Review of Particle Physics" (Particle Data Group), *J. Phys.* G 37, 1, K. Nakamura *et al.* (2010)
全素粒子の性質の表や理論・実験・検出器の基礎的な解説が載っている．2 年毎に改訂される．専門家向けのものではあるが，ハンドブックとしてみてみるのもよい．

粒子加速器の解説書は多くあるが，以下をあげておく．

[3] 木村嘉孝編：『高エネルギー加速器』（実験物理科学シリーズ 7）（共立出版，2008 年）

粒子検出器の教科書として

[4] Konrad Kleinknecht: *Detectors for Particle Radiation* (Cambridge University Press, 2nd. ed., 2001)
K. クラインクネヒト（著），高橋 嘉右，吉城 肇（訳）：『粒子線検出器—放

射線計測の基礎と応用』(培風館，1987年)

群論の教科書として

[5] 佐藤光:『群と物理』(丸善，1992年)

場の理論の日本語の入門書として

[6] 相原博昭:『素粒子の物理』(東京大学出版会，2006年)

場の理論のより深い理解に適したものとして

[7] C. Itzykson, and J.-B. Zuber: *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill Book Company, 1985)

[8] M. E. Peskin, and D. V. Schroeder: *An Introduction to Quantum Field Theory* (Westview press, 1995)

[9] 九後汰一郎:『ゲージ場の量子論 I,II』(培風館，1989年)

素粒子現象論の教科書としては例えば

[10] T.-P. Cheng and L.-F. Li: *Gauge theory of elementary particle physics* (Oxford science publications)(Oxford Universty Press, 1988)

[11] J. F. Donoghue, E. Golowich, and B. R. Holstein: *Dynamics of the Standard Model* (Cambridge Monographs on Particl Physics)(Cambrige University Press, 1994)

超対称性については

[12] Stephen P. Martin: A Supersymmetry Primer, `http://arxiv.org/abs/hep-ph/9709356`

暗黒物質とバリオン数生成については

[13] E. W. Kolb, and M. S. Turner: *The Early Universe* (Westview Press, 1994)

などをあげておくので参考にされたい．

索　引

数字

1 次元調和振動子　87
2 次発散　179, 194
3 元ベクトルポテンシャル　97
3 世代構造　123, 155
3 点相互作用　114, 146
4 元共変ベクトル　4
4 元ベクトル　4
4 元ベクトルポテンシャル　97
4 元偏極ベクトル　100
4 体フェルミ相互作用　139
4 点自己相互作用　142
4 点相互作用　146

ギリシャ文字

Λ 粒子　25
μ 中間子　25
π 中間子　25
$\tau-\theta$ パズル　44
τ 粒子　36
Υ 粒子　36
ϕ ファクトリー　65
Ω 粒子　30

B

Belle　80
b クォーク　36
B ファクトリー　48, 64

C

CC（荷電カレント）　158
CDF　37
CDMS　209
CERN（欧州原子核研究機構）　41, 57, 60, 124
CPT 定理　49, 103
CPT 変換　49
CP 対称性　46, 164
CP 非保存現象　155
CP 不変性　163
CP 変換　46, 137
CsI　69
C 変換　102, 137

D

D0　37
DESY　60

E

eV　2

F

FCNC（フレーバーを変える中性カレント）　158

G

GIM 機構　47
GSW 理論　41
GUT スケール　177

I

ILC　63
ISR　61

J

J/ψ 粒子　32

K

KEK（高エネルギー加速器研究機構）　37, 40, 48

K_L^0　47
K_S^0　46
K 中間子　25

L

LEP　42, 60, 216
LHC　61, 124, 218
LSP　225

M

MSSM　193

N

NaI　69
NC（中性カレント）　158
N 表現　11

O

OZI 則　34

P

P 変換　102, 137

Q

QCD　128
QED　38, 125

R

RICH　79
R パリティ　194

S

SLAC（スタンフォード線型加速器センター，現 SLAC 国立加速器研究所）　32, 48, 59, 60, 62
$SU(2)$ 群　14, 112
$SU(3)$ 群　14
$SU(5)$ 群　173
$SU(N)$ 群　10, 11, 113
$SU(N)$ ゲージ理論　113

T

Tevatron　37, 61
TRISTAN　37, 40
t クォーク　36
T 変換　103

U

$U(1)$ 群　10
$U(1)$ ゲージ相互作用　112
$U(1)$ ゲージ場　125
$U(N)$ 群　11

W

$W^{\pm}$　41, 139
W ボゾン融合　219

X

Xenon100　209

Z

Z^0 または Z（ボゾン）　41, 139
Z_2 パリティ　199

あ行

アイソスピン 2 重項　136, 139, 142, 144
アイソスピン演算子　152
アインシュタイン方程式　200
アップタイプ（クォーク）　123
アバランシェ・フォトダイオード　72
アルバレ型　58
アルファ線　20
泡箱　67
暗黒物質　196

異常磁気モーメント　127
位相安定性の原理　56
インフレーション　205, 211

ウィークボゾン　136, 138
ウォルフェンシュタイン (Wolfenstein) パラメトリゼーション　160, 161, 164
宇宙項　201

ウプシロン粒子　36
運動方程式　85

液体シンチレータ　69

オイラー-ラグランジュ (Euler-Lagrange) 方程式　86
欧州原子核研究機構 (CERN)　41, 57, 60, 124
大型ハドロン衝突器 (Large Hadron Collider, LHC) 実験　124

か行

ガイガーカウンター　72
階層性の問題　179
回転対称性　103
カイラリティ　94
カイラル射影演算子　95
カイラル対称性　135
カイラル対称性の自発的破れ　133
カイラル超場　191
可換群　10
角運動量保存則　105
核子　128
確率冷却法　41, 61
隠れたセクター　196
荷電カレント (Charged Current)　158
荷電共役対称性の破れ　45
荷電共役場　166
荷電共役変換　102, 137
荷電レプトン　123
カビボ・小林・益川行列　159, 160
カラー　30
カラー荷　129
カラーの閉じ込め　129, 133
ガンマ行列　92
ガンマ線　20

基底状態　88, 107
奇妙な粒子　26
既約表現　12
局所ゲージ変換　111
共変微分　134, 144
共鳴粒子　27
行列力学　22
局所演算子　114
霧箱　67
銀河の回転曲線　197

空間運動量演算子　105
空間反転　43, 102, 137
クォーク　123
クォークモデル　28
グプタ-ブロイラー (Gupta-Bleuler) 形式　100
クライン-ゴルドン (Klein-Gordon) 方程式　89, 143
繰り込み　118
繰り込み可能な理論　120
繰り込み群方程式　120, 130, 172, 188
繰り込みスケール　120
繰り込み定数　118
グルーオン　38, 129
グルーボール　134
クーロンポテンシャル　121
群　10
群の生成子　13, 112

軽粒子　23
計量テンソル　5
経路積分量子化　86
ゲージ結合定数　112
ゲージ結合の統一　180
ゲージ固定条件　100
ゲージ相互作用　111
ゲージ対称性　111
ゲージ対称性の自発的破れ　188
ゲージーノ　196, 207
ゲージ場　98
ゲージ不変性　99
ゲージ変換　111
ゲルマン (Gell-Mann) 行列　14, 128
原子核乾板　68
原子核模型　18

光子　21
格子 QCD　135

構造定数 13
光電子増倍管 70
コスモトロン 26, 57
コッククロフト-ウォルトン型加速器 52
小林・益川模型 48, 155
混合 146
コンプトン波長 121

サイクロトロン 54
最小作用の原理 85
坂田モデル 28
サハロフの 3 条件 211
作用 85
残存密度 (relic density) 203
散乱振幅 116, 117
散乱断面積 117

ジェット 39
時間反転 102
磁気能率 127
次元変換 (dimensional transmutation) 133
自然単位系 8
シーソーメカニズム 214
質量（の）固有基底 156, 157
自発的対称性の破れ 107
自発的な超対称性の破れ 187
重心系 3
重粒子 23
重力レンズ 198
縮約 6
寿命 118
シュレディンガー (Schrödinger) 方程式 8, 22, 91
消滅演算子 88, 89
シリカエアロゲル 70
シリコンストリップ検出器 75
真空期待値 111, 142
シンクロサイクロトロン 55
シンクロトロン 56
シンクロトロン放射 62
シンクロファゾトロン 57
シンチレーション光 68
シンチレータ 68

随伴表現 14, 174
数演算子 88
スカラーニュートリノ 207
スカラーポテンシャル 97
スカラー粒子 88
スキーム依存性 120
ストレンジネス 26
スパークチェンバー 72
スピノル 93
スピン 7
スファレロン効果 212
スペクトロメータ 80

正孔 75
正準交換関係 84
正準量子化 86
生成演算子 88, 89
生成子 107
セクター収束サイクロトロン 56
世代 123
世代数 42
摂動展開 114
摂動論 114
漸近自由性 130
線型加速器 57

相対論的場の量子論 83
ソフトな超対称性の破れ 196
素粒子の標準模型 83

た行

大域的対称性 107, 135
対称性 85
大統一理論 171
タウ・チャームファクトリー 64
タウニュートリノ 37
タウ粒子 36
ダウンタイプ（クォーク） 123
多重加速 54
多線チェンバー 73
タンデム方式 52

チェレンコフカウンター 70

チェレンコフ光　69
秩序パラメータ　135
チャージ　104, 109
チャームクォーク　33
中間子　23, 128
中性 K 中間子混合　47
中性カレント (Flavor Changing Neutral Current)　158
中性カレント (Neutral Current)　158
中性子　19, 128
長距離力　126
超対称性　94, 181
超対称多重項　185
超対称な座標表示　190
超対称な大統一理論　189
超対称な場　190
超対称な場の理論　189
超対称標準模型　170, 193
超対称変換　181, 191
超対称模型　181
超対称粒子　183, 186
頂点　116
貯蔵リング　60

強い力　128

ディラック質量　165
ディラック質量項　150
ディラック表示　92
ディラック (Dirac) 方程式　92
電荷の遮蔽　126
電子　17
電磁カロリメータ　77
電磁気力　125
電子ニュートリノ　35
電弱統一理論，電弱理論　41, 141, 151
電子・陽子衝突型加速器　62
電子・陽電子衝突型加速器　60
電子・陽電子消滅反応　31
伝播関数　114

等価性原理　2
同時刻反交換関係　93
特殊ユニタリー群　11
トップ（クォーク）　36
トムソンの原子模型　18
ドリフトチェンバー　73

な行

内部自由度　105
内部対称性　103, 105, 109
鉛ガラス　77
南部・ゴールドストーン（南部-Goldstone）の定理　111
南部・ゴールドストーンボゾン　148
南部・ゴールドストーン粒子　111, 135, 143

西島–ゲルマンの法則　30
二中間子論　24
ニュートラリーノ　207
ニュートリノ　20, 123
ニュートリノ振動　212, 214

ネーター (Noether) の定理　103

は行

場　84
バーテックス　116
パートン　32, 218
ハイゼンベルクの不確定性関係　8, 28, 84, 121
パイ中間子　25
倍電圧整流回路　52
ハイパーチャージ　144, 149, 153, 176
パウリ (Pauli) 行列　14, 92
パウリの排他律　94
八道説　28
波動関数　8
波動性　91
ハドロンカロリメータ　77
場の理論　83
ハミルトニアン　8, 87
ハミルトン演算子　8
バリオン　128, 210
パリティ　43
反遮蔽　130

バンデグラフ型加速器 52
半導体検出器 73
ハン–南部（陽一郎）のモデル 30
反変ベクトル 5
反陽子 26
汎用測定器 80
反粒子 22, 92

非可換群 10
非可換ゲージ理論 113
ヒグシーノ 186, 207
微細構造定数 118
左巻き 96
左巻きの場 95
非弾性散乱 32
ヒッグス機構 141, 148
ヒッグスポテンシャル 141
ヒッグス粒子 124, 141
非物理的な位相 149
ビリアル定理 197
比例計数モード 73

ファインマン則 115
ファインメッシュ型 70
ファクトリー加速器 63
フェルミオン 7, 91
フェルミ国立加速器研究所 (FNAL) 36, 57
フェルミ定数 154
フェルミ-ディラック (Fermi-Dirac) 統計 7, 94
フェルミ粒子 7
フォトダイオード 70
不確定性関係 8, 28, 84, 121
複素位相 149
ブースト 3, 5
物質-反物質非対称性 166
物理的な複素位相 163
不変質量 3
フラスカチ研究所 60
プラスチックシンチレータ 68
ブルックヘブン国立研究所 (BNL) 26, 32, 57
フレーバー 38
フレーバー混合 155

並進対称性 103
ベクトル場 97
ベータ関数 120, 130
ベータ線 20
ベータ崩壊 138
ベーテ–ブロッホ (Bethe–Bloch) の公式 78
ベバトロン 26, 57
ヘリシティ 96
ヘリシティ抑制 140
偏極ベクトル 101, 102

崩壊幅 28
ボーズ・アインシュタイン統計 7, 90
ボーズ粒子 7
ボゾン 7
保存カレント 103, 106, 109
保存量 104
ボックス・ダイアグラム 47
ポテンシャル 107
ボトム（クォーク） 36
ボルツマン因子 9
ボルツマン分布 202
ボルツマン方程式 202

ま行

牧・中川・坂田 (MNS) 行列 165
マックスウェル方程式 98
マヨラナ (Majorana) 質量 166
マヨラナ粒子 208

見えない運動量 221, 225
右巻き 96
右巻きニュートリノ 165, 214
右巻きの場 95
ミュー中間子 25
ミューニュートリノ 35
ミュー粒子 34

無機結晶のシンチレータ 69

メソン　128

最も軽い超対称粒子 LSP　225

や行

ヤコビ (Jacobi) 恒等式　14

湯川結合定数　151, 156
湯川相互作用　151
湯川理論　151
ユニタリー・ゲージ　144
ユニタリー三角形　161
ユニタリー変換　11

陽子　19, 128
陽子・反陽子衝突型加速器　61
陽電子　22
横偏極　99
弱い力　136

ら行

ラムダ粒子　25
ランダウ分布　78

離散的対称性　102
リニアコライダー　62
粒子性　91
量子異常　162
量子色力学 (Quantum chromodynamics, QCD)　128
量子効果　87
量子電磁力学 (Quantum Electrodynamics, QED)　38, 125

レビ-チビタ (Levi-Civita) の完全反対称テンソル　12
レプトジェネシス模型　212
レプトン　123
レプトン数保存　166
連続的対称性　103

ローレンスバークレー国立研究所 (LBNL)　26, 57
ローレンツゲージ　99
ローレンツ不変　6
ローレンツ不変量　4
ローレンツ変換　3, 5
ローレンツ力　9

わ行

ワイル (Weyl) 表示　92
ワイル方程式　95
ワインバーグ角　147, 153

人名索引

アインシュタイン　21
アルバレ (L. W. Alvarez)　27, 58
アンダーソン (C. Anderson)　22
アンダーソン (P. W. Anderson)　141
イプシランティス (T. Ypsilantis)　26
ウー，C. S.(C. S. Wu)　44
ヴィデレー (R. Wideroe)　58
ヴィラール (P. Villard)　21
ウィルソン (C. Wilson)　67
ヴェクスラー (V. Vekslaer)　56

ガイガー (H. Geiger)　18
カビボ (N. Cabbibo)　155
キュリー，イレーヌ (Irene Curie)　19
グラショウ（S. L. Glashow）　141
グレーザー (D. Glaser)　67
クローニン (J. Cronin)　46
ゲルマン (M. Gell-Mann)　26, 28
コーワン (C. Cowan)　35
コンプトン (A. H. Compton)　22

坂田昌一　24, 28
サラム（A. Salam）　141
シャルパック (G. Charpak)　73
ジョリオ，F.(F. Joliot)　19
セグレ (E. Segre)　26

タウシェック (B. Touschek)　60
谷川安孝　24
チェンバレン (O. Chamberlain)　26
チャドウィック (G. Chadwick)　19

ツバイク (G. Zweig) 28
ディラック (P. Dirac) 22
ティン (S. Ting) 32
デモクリトス 17
ド・ブローイ (L. de Broglie) 22
トムソン, J. J. (Thomson) 17

中野董夫 26
西島和彦 26
ネダーマイヤー (S. Neddermeyer) 23

パウエル, C. F. (C. F. Poweil) 24
バトラー (C. Butler) 25
ファラデー (M. Faraday) 17
ファンデルメール (S. van der Meer) 41, 61
フィッチ (V. Fitch) 46
ベクレル (H. Becquerel) 20
ボーア (N. Bohr) 21

マクミラン (E. McMillan) 56
マースデン (E. Marsden) 18
ミリカン (R. Millikan) 17

ヤン, C. N. (C. N. Yang) 44
湯川秀樹 23, 150

ライネス (F. Reines) 20, 35
ラザフォード (E. Rutherford) 18
リー, T. D. (T. D. Lee) 44
リヒター (B. Richter) 32
リビングストン (M. Livingston) 55
ルビア (C. Rubbia) 41
レーダーマン (L. Lederman) 35, 44
ロチェスター (C. D. Rochester) 25
ローレンス (E. Lawrence) 55

ワインバーグ (S. Weinberg) 141

Memorandum

Memorandum

[著者紹介]

堺井義秀 （さかい　よしひで）

1954年　生まれ
1982年　京都大学大学院理学研究科物理学第二専攻博士課程修了
現　在　高エネルギー加速器研究機構素粒子原子核研究所・教授，総合研究大学院大学
　　　　高エネルギー加速器科学研究科・教授，理学博士，Belle実験共同代表者

山田憲和 （やまだ　のりかず）

1972年　生まれ
2000年　広島大学大学院理学研究科物理学専攻博士後期課程修了
現　在　高エネルギー加速器研究機構素粒子原子核研究所・助教，総合研究大学院大学
　　　　高エネルギー加速器科学研究科・助教，理学博士

野尻美保子 （のじり　みほこ）

1962年　生まれ
1990年　京都大学大学院理学研究科物理学第二専攻博士課程修了
現　在　高エネルギー加速器研究機構素粒子原子核研究所・教授，総合研究大学院大学
　　　　高エネルギー加速器科学研究科・教授，理学博士

KEK物理学シリーズ第1巻

素粒子物理学

Introduction to Elementary Particle Physics

2012年7月25日　初版1刷発行

検印廃止
NDC 429.6, 421.3

ISBN 978-4-320-03484-6

監　修　高エネルギー加速器研究機構

著　者　堺井義秀
　　　　山田憲和　© 2012
　　　　野尻美保子

発行者　南條光章

発行所　**共立出版株式会社**
〒112-8700
東京都文京区小日向4丁目6番19号
電話（03）3947-2511（代表）
振替口座 00110-2-57035
URL http://www.kyoritsu-pub.co.jp/

印　刷　藤原印刷株式会社
製　本　中條製本

社団法人
自然科学書協会
会員

Printed in Japan